1.1 Torsionsdivergenz

Lösungen

Aufgabe 1

a) Staudruck bei Divergenz

Für den Staudruck q_D, bei dem Torsionsdivergenz auftritt, gilt:

$$q_D = \frac{k_T}{\varepsilon c_{L\alpha} c S}$$

Zahlenwert:

$$q_D = \frac{400\,\mathrm{Nm}}{0{,}2 \cdot 6 \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}^2} = \underline{1333\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}$$

Aus

$$q_D = \frac{1}{2}\rho v_D^2$$

folgt für die zugehörige Geschwindigkeit:

$$v_D = \sqrt{\frac{2 q_D}{\rho}}$$

Zahlenwert:

$$v_D = \sqrt{\frac{2 \cdot 1333\,\mathrm{kg}/(\mathrm{m\,s}^2)}{1{,}21\,\mathrm{kg}/\mathrm{m}^3}} = \underline{46{,}94\,\mathrm{m/s}}$$

b) Torsionswinkel

Für $c_{M_0} = 0$ gilt für den Torsionswinkel:

$$\frac{\theta}{\alpha_0} = \frac{q_\infty / q_D}{1 - q_\infty / q_D}$$

Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 1.1 graphisch dargestellt.

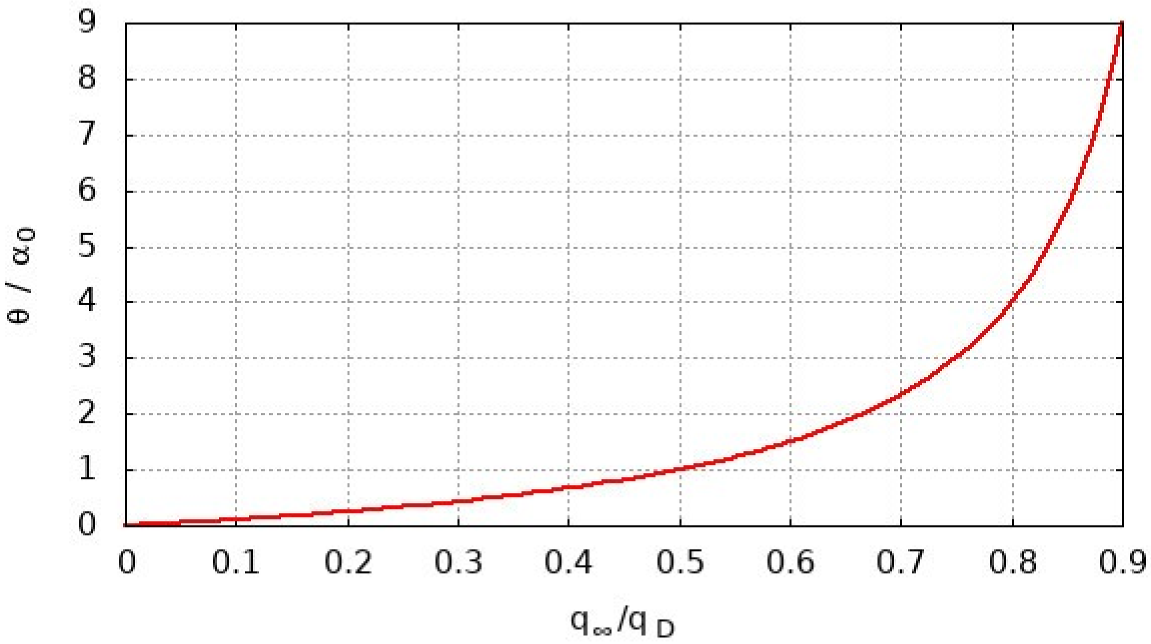


Abbildung 1.1: Torsionswinkel in Abhängigkeit vom Staudruck

Aufgabe 2

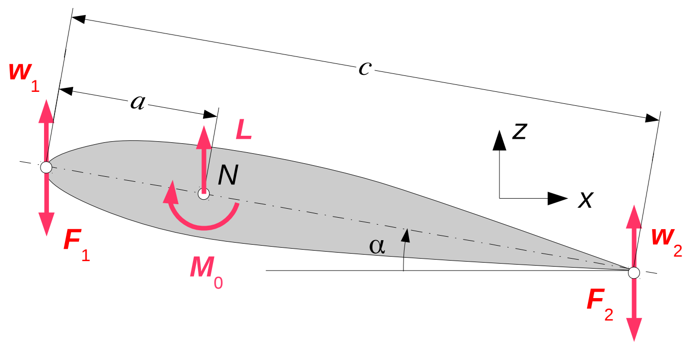
a) <u>Staudruck bei Divergenz</u>

Gleichgewicht:

$$\sum F_z = 0 \; : \; L - F_1 - F_2 = 0$$

$$\sum M_y^N = 0 \; :$$

$$M_0 - a F_1 + (c-a) F_2 = 0$$



Kräfte und Momente:

$$L = c_L q_\infty S$$

$$F_1 = k_1 w_1 , \quad F_2 = k_2 w_2$$

$$M_0 = c_{M_0} c q_\infty S$$

$$c_L = c_{L\alpha} \alpha = c_{L\alpha} (\alpha_0 + \theta)$$

Kinematik:

$$\theta = \frac{w_1 - w_2}{c}$$

Einsetzen der Kinematik und der Beziehungen für die Kräfte und Momente in die Gleichgewichtsbedingungen ergibt:

$$\sum F_z = 0 \ : \ k_1 w_1 + k_2 w_2 = c_{L\alpha}\left(\alpha_0 + \frac{w_1 - w_2}{c}\right) q_\infty S$$

$$\sum M_y^N = 0 \ : \ a\, k_1 w_1 - (c-a)\, k_2 w_2 = c_{M_0}\, c\, q_\infty S$$

Daraus ergibt sich das folgende lineare Gleichungssystem für die Verschiebungen w_1 und w_2:

$$\begin{bmatrix} k_1 - c_{L\alpha} q_\infty S/c & k_2 + c_{L\alpha} q_\infty S/c \\ a\, k_1 & (a-c)\, k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = q_\infty S \begin{bmatrix} c_{L\alpha}\alpha_0 \\ c_{M_0} c \end{bmatrix}$$

Divergenz tritt auf, wenn die Determinante null ist:

$$0 = \left(k_1 - \frac{c_{L\alpha} q_D S}{c}\right)(a-c)\, k_2 - a\, k_1 \left(k_2 + \frac{c_{L\alpha} q_D S}{c}\right)$$

$$= -\frac{c_{L\alpha} q_D S}{c}\left[(a-c)\, k_2 + a\, k_1\right] + k_1 k_2 (a-c-a)$$

$$k_1 k_2 c = \frac{c_{L\alpha} q_D S}{c}\left[c\, k_2 - a(k_1 + k_2)\right] = c_{L\alpha} q_D S \left[k_2 - \frac{a}{c}(k_1 + k_2)\right]$$

$$\rightarrow \quad q_D = \frac{k_1 k_2 c}{c_{L\alpha} S\left[k_2 - \frac{a}{c}(k_1 + k_2)\right]}$$

b) <u>Steifigkeitsverhältnis zur Vermeidung von Divergenz</u>

Divergenz tritt nicht auf, wenn der zugehörige Staudruck unendlich groß oder negativ wird, d. h. für

$$k_2 - \frac{a}{c}(k_1 + k_2) \le 0 \; .$$

Daraus folgt:

$$1 \le \frac{a}{c}\left(\frac{k_1}{k_2} + 1\right) \ \rightarrow \ \frac{c}{a} \le \frac{k_1}{k_2} + 1 \ \rightarrow \ \frac{k_1}{k_2} \ge \frac{c}{a} - 1$$

Für $c/a = 4$ ergibt sich: $k_1/k_2 \ge 3$