6.2 Instationäre Profiltheorie

Lösungen

Aufgabe 1

GNU Octave-Skript:

```
# Übungsblatt 6.2, Aufgabe 1: Drehschwingung
#
# -----------------------------------------------------------------

  set(0, "defaultlinelinewidth", 2);
  set(0, "defaultaxesfontsize", 12);
  file = mfilename;

# Daten

  N     = 10 : 5 : 50;          % Anzahl der Wirbel
  k     = 1.0;                  % reduzierte Frequenz
  c     =   1;                  % Profiltiefe

  motion.pitch = 1;             % Drehbewegung

# Analytische Lösung

  C = theodorsen(k);

  cLa = pi * (2 * (1 + i * k) * C + i * k - 0.5 * k^2);
  cMa = pi * k * (3 * k - 8 * i) / 16;

# Numerische Lösungen

  NN = length(N);

  for m = 1 : NN
      n = N(m);
      t = linspace(0, pi, n + 1);
      x = 0.5 * (1 - cos(t));
      [~, ~, cL(m), cM(m)] = ...
        mfs_vortex2d("harmonic", x, k, motion);
  end

# Ausgabe

  eLa = abs(cL / cLa);
  eMa = abs(cM / cMa);
  eLp = arg(cL / cLa) * 180 / pi;
  eMp = arg(cM / cMa) * 180 / pi;

  figure(1, "position", [100, 500, 1000, 750],
```

```
            "paperposition", [0, 0, 15, 11]);

  subplot(2, 1, 1)
     plot(N, eLa, "color", "green",
          N, eMa, "color", "red");
     legend("|c_L|/|c_{La}|", "|c_M|/|c_{Ma}|",
            "location", "southeast");
     legend("boxoff");
     set(gca(), "xtick", N);
     grid;

  subplot(2, 1, 2)
     plot(N, eLp, "color", "green",
          N, eMp, "color", "red");
     legend('\Delta \phi_L (in Grad)', '\Delta \phi_M (in Grad)',
            "location", "southeast");
     legend("boxoff");
     set(gca(), "xtick", N);
     grid;
     xlabel("N");

  print([file, ".jpg"], "-djpg");
```

Abbildung 1.1 zeigt eine schnelle Konvergenz der Ergebnisse. Bereits ab 15 diskreten Wirbeln beträgt die Abweichung beim Betrag weniger als 1 % und beim Phasenwinkel weniger als 1,5°.

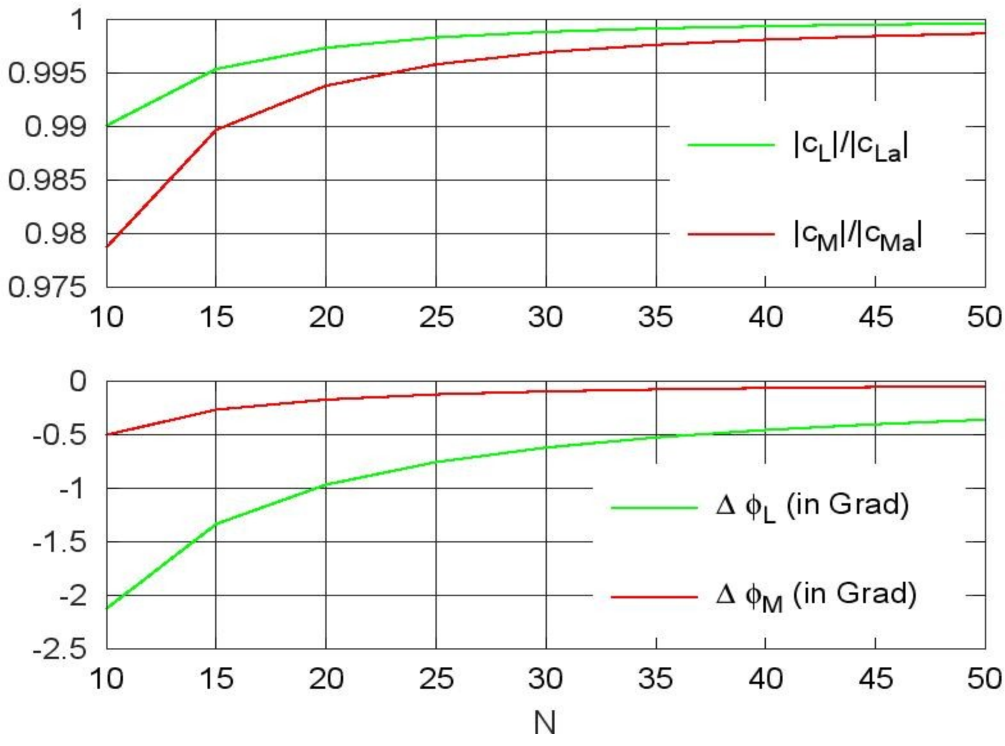

Abbildung 1.1: Einfluss der Anzahl der gebundenen Wirbel

Aufgabe 2

a) Beiwerte

Die Beiwerte können durch Überlagerung der Beiwerte für eine Schlag-schwingung und eine Drehschwingung ermittelt werden.

Analytische Lösung

Für eine Schlagschwingung mit $h/c = 1$ gilt:

$$\hat{c}_{Ls} = 2\pi\left(k^2 - 2ikC(k)\right), \quad \hat{c}_{Ms} = -\frac{\pi}{2}k^2$$

Für eine Drehschwingung mit $\alpha = 1$ gilt:

$$\hat{c}_{Lr} = \pi\left(2(1+ik)C(k) + ik - \frac{k^2}{2}\right), \quad \hat{c}_{Mr} = \frac{\pi}{16}\left(3k^2 - 8ik\right)$$

Für die kombinierte Schlag- und Drehschwingung mit den angegebenen Amplituden folgt:

$$\hat{c}_L(\phi) = 0{,}1\,\hat{c}_{Ls} + 0{,}03\,e^{i\phi}\hat{c}_{Lr}, \quad \hat{c}_M(\phi) = 0{,}1\,\hat{c}_{Ms} + 0{,}03\,e^{i\phi}\hat{c}_{Mr}$$

Numerische Lösung

Zunächst werden die Beiwerte für eine Schlagschwingung und eine Dreh-schwingung berechnet, wobei die Amplitude zu 1 gesetzt wird. Die Beiwerte für die kombinierte Schwingung ergeben sich durch Überlagerung.

GNU Octave-Skript

```
# Übungsblatt 6.2, Aufgabe 2: Kombinierte Schlag- und Dreh-
# schwingung
#
# --------------------------------------------------------------

  set(0, "defaultlinelinewidth", 2);
  set(0, "defaultaxesfontsize", 12);
  file = mfilename;

# Daten

  c  =    1;      % Profiltiefe
  k  =  0.5;      % Reduzierte Frequenz
  N  =   25;      % Anzahl der gebundenen Wirbel
  h  =  0.1;      % Amplitude der Schlagschwingung
  a  = 0.03;      % Amplitude der Drehschwingung
```

```
  phi = linspace(0, 2 * pi, 24);   % Phasenwinkel
  A   = a * exp(i * phi);          % Komplexe Amplitude

# a) Auftriebs- und Momentenbeiwert
#    ------------------------------

# Analytische Lösung

  C = theodorsen(k);

  cLah = 2 * pi * (k^2 - 2 * i * k * C);
  cMah = -0.5 * pi * k^2;

  cLar = pi * (2 * (1 + i * k) * C + i * k - 0.5 * k^2);
  cMar = pi * k * (3 * k - 8 * i) / 16;

  cLa = h * cLah + A * cLar; cMa = h * cMah + A * cMar;

# Numerische Lösung

  t  = linspace(0, pi, N + 1); x  = 0.5 * (1 - cos(t));

  motion1.heave = 1;
  [~, ~, cL(1), cM(1)] = mfs_vortex2d("harmonic", x, k, motion1);

  motion2.pitch = 1;
  [~, ~, cL(2), cM(2)] = mfs_vortex2d("harmonic", x, k, motion2);

  cLg = h * cL(1) + A * cL(2); cMg = h * cM(1) + A * cM(2);

# Ausgabe

  figure(1, "position", [200, 500, 1000, 750]);

  subplot(2, 2, 1)
     plot(phi, real(cLa), "color", "green",
          phi, real(cLg), "color", "red");
     legend("analytisch", "numerisch",
            "location", "northwest");
     legend("boxoff"); legend("left");
     grid;
     axis([phi(1), phi(end)]);
     ylabel('Re(c_L)');

  subplot(2, 2, 2)
     plot(phi, real(cMa), "color", "green",
          phi, real(cMg), "color", "red");
     grid;
     axis([phi(1), phi(end)]);
     ylabel('Re(c_M)');

  subplot(2, 2, 3)
     plot(phi, imag(cLa), "color", "green",
          phi, imag(cLg), "color", "red");
     grid;
```

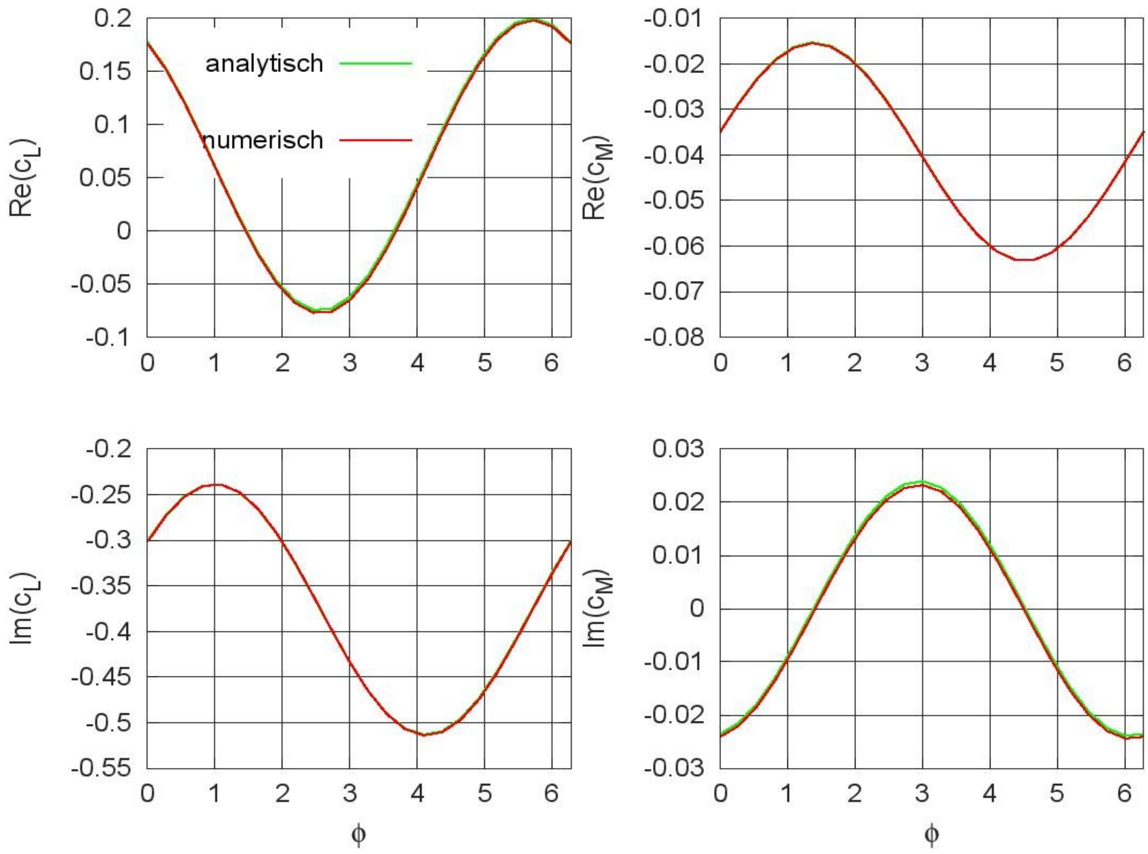

Abbildung 2.1: Auftriebs- und Momentenbeiwert

```
    axis([phi(1), phi(end)]);
    ylabel('Im(c_L)');
    xlabel('\phi');

subplot(2, 2, 4)
    plot(phi, imag(cMa), "color", "green",
         phi, imag(cMg), "color", "red");
    grid;
    axis([phi(1), phi(end)]);
    ylabel('Im(c_M)');
    xlabel('\phi');

print([file, "a.jpg"], "-djpg");
```

Ergebnis

Abbildung 2.1 zeigt die Abhängigkeit der Beiwerte vom Phasenwinkel. Es kann eine gute Übereinstimmung zwischen der analytischen und der numerischen Lösung festgestellt werden.

b) <u>Arbeit</u>

Die Arbeit ergibt sich durch Integration der Leistung über eine Periode:

$$W=\int_0^T L(t)\,\dot{z}(t)\,dt+\int_0^T M(t)\,\dot{\alpha}(t)\,dt$$

Mit

$$L(t)=q_\infty S\,c_L(t)=q_\infty S\,\Re\left(\hat{c}_L e^{i\omega t}\right)=\frac{1}{2}q_\infty S\left(\hat{c}_L e^{i\omega t}+\bar{\hat{c}}_L e^{-i\omega t}\right),$$

$$z(t)=\Re\left(\hat{h}\,e^{i\omega t}\right)=\frac{1}{2}\left(\hat{h}\,e^{i\omega t}+\bar{\hat{h}}\,e^{-i\omega t}\right)$$

und

$$\dot{z}(t)=\frac{i\,\omega}{2}\left(\hat{h}\,e^{i\omega t}-\bar{\hat{h}}\,e^{-i\omega t}\right)$$

folgt für das Integral über die Kraft:

$$\begin{aligned}\frac{W_L}{q_\infty S}&=\frac{i\,\omega}{4}\int_0^T\left(\hat{c}_L e^{i\omega t}+\bar{\hat{c}}_L e^{-i\omega t}\right)\left(\hat{h}\,e^{i\omega t}-\bar{\hat{h}}\,e^{-i\omega t}\right)dt\\&=\frac{i\,\omega}{4}\int_0^T\left(\bar{\hat{c}}_L\hat{h}-\hat{c}_L\bar{\hat{h}}\right)dt+\int_0^T\left(\hat{c}_L\hat{h}\,e^{2i\omega t}-\bar{\hat{c}}_L\bar{\hat{h}}\,e^{-2i\omega t}\right)dt\\&=\frac{\omega\,T}{2}\Im\left(\hat{c}_L\bar{\hat{h}}\right)=\pi\,\Im\left(\hat{c}_L\bar{\hat{h}}\right)\end{aligned}$$

Entsprechend folgt mit

$$M(t)=\frac{1}{2}q_\infty S\,c\left(\hat{c}_M e^{i\omega t}+\bar{\hat{c}}_M e^{-i\omega t}\right)$$

und

$$\dot{\alpha}(t)=\frac{i\,\omega}{2}\left(\hat{\alpha}\,e^{i\omega t}-\bar{\hat{\alpha}}\,e^{-i\omega t}\right)$$

für das Integral über das Moment:

$$\frac{W_M}{q_\infty S}=\pi\,c\,\Im\left(\hat{c}_M\bar{\hat{\alpha}}\right).$$

Mit den angegebenen Werten gilt:

$$\frac{W}{q_\infty S}=\pi\,c\left(0{,}1\,\Im\left(\hat{c}_L\right)+0{,}03\,\Im\left(\hat{c}_M e^{i\phi}\right)\right)$$

Zur Berechnung der Arbeit müssen dem oben angegebenen GNU Octave-Skript die folgenden Zeilen hinzugefügt werden:

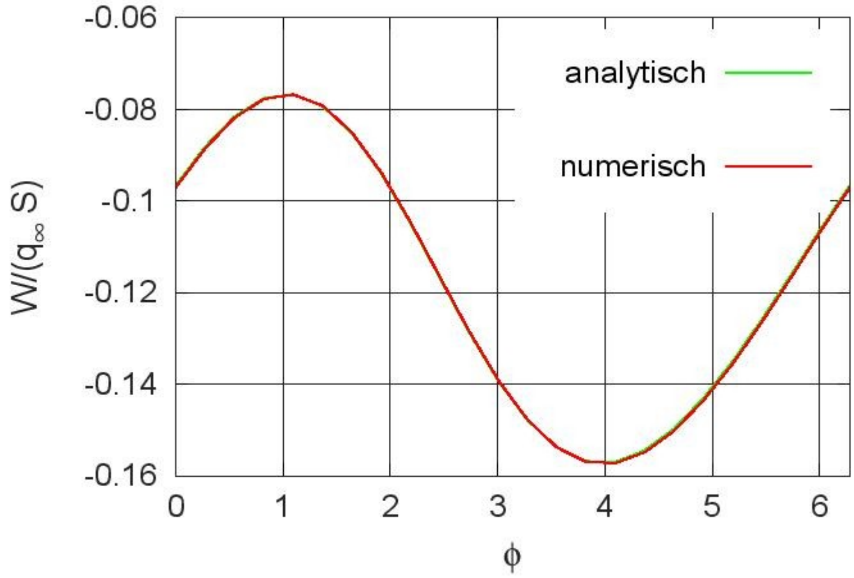

Abbildung 2.2: Arbeit der Luftkräfte

```
# b) Berechnung der Arbeit
#    --------------------

  Wa = pi * imag(h * cLa + cMa .* A);
  Wg = pi * imag(h * cLg + cMg .* A);

  figure(2, "position", [400, 400, 1000, 750],
            "paperposition", [0, 0, 12, 8]);
  plot(phi, Wa, "color", "green",
       phi, Wg, "color", "red");
  legend("analytisch", "numerisch",
         "location", "northeast");
  legend("boxoff"); legend("left");
  grid;
  axis([phi(1), phi(end)]);
  ylabel('W/(q_\infty S)');
  xlabel('\phi');

  print([file, "b.jpg"], "-djpg");
```

Der Verlauf der Arbeit in Abhängigkeit vom Phasenwinkel ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Da die Arbeit für alle Phasenwinkel negativ ist, ist die Schwingung für alle Phasenwinkel stabil.

Aufgabe 3

GNU Octave-Skript

```
# Übungsblatt 6.2, Aufgabe 3; Klappenschwingung
#
# ----------------------------------------------------------------
```

```
  colors = [0, 1, 1; 1, 0, 0; 0, 1, 0; 0, 0, 1; 1, 0, 1];

  set(0, "defaultaxescolororder", colors);
  set(0, "defaultlinelinewidth", 2);
  set(0, "defaultaxesfontsize", 12);
  file = mfilename();

# Daten

  c    = 1.0;                        % Profiltiefe
  k    = [0, 0.2, 0.6, 1.0];         % Reduzierte Frequenzen
  eta  = 10;                         % Klappenausschlag in Grad
  ktv  = 0.2;                        % Klappentiefenverhältnis
  N1   = 60;                         % Anzahl Intervalle vor Klappe
  N2   = 15;                         % Anzahl Intervalle auf Klappe

# Diskretisierung

  xk = (1 - ktv) * c;
  x1 = linspace(0, xk, N1 + 1);
  x2 = linspace(0, c - xk, N2 + 1);
  x  = [x1, xk + x2(2 : end)];

# Instationäre Druckbeiwerte

  motion.flap = {1 - ktv, eta * pi / 180};
  [cp, xv, ~, ~] = mfs_vortex2d("harmonic", x, k, motion);

  lg{1} = "Steady";
  for n = 1 : length(k)
      lg{n+1} = sprintf("k = %3.1f", k(n));
  end

# Stationärer Druckbeiwert zum Vergleich

  breaks = [0, xk, c];
  coeffs = [0, 0; -eta * pi / 180, 0];
  camber = mkpp(breaks, coeffs);
  [cpS, xv, ~, ~] = mfs_vortex2d("steady", x, camber);

# Ausgabe

  figure(1, "position", [100, 500, 1000, 500],
            "paperposition", [0, 0, 24, 13]);

  subplot(1, 2, 1)
     plot(xv, cpS, "marker", "o",
                   "linestyle", "none",
          xv, real(cp))
     grid;
     legend(lg, "location", "north");
     legend("boxoff"); legend("left");
     ylim([0, 2]);
```

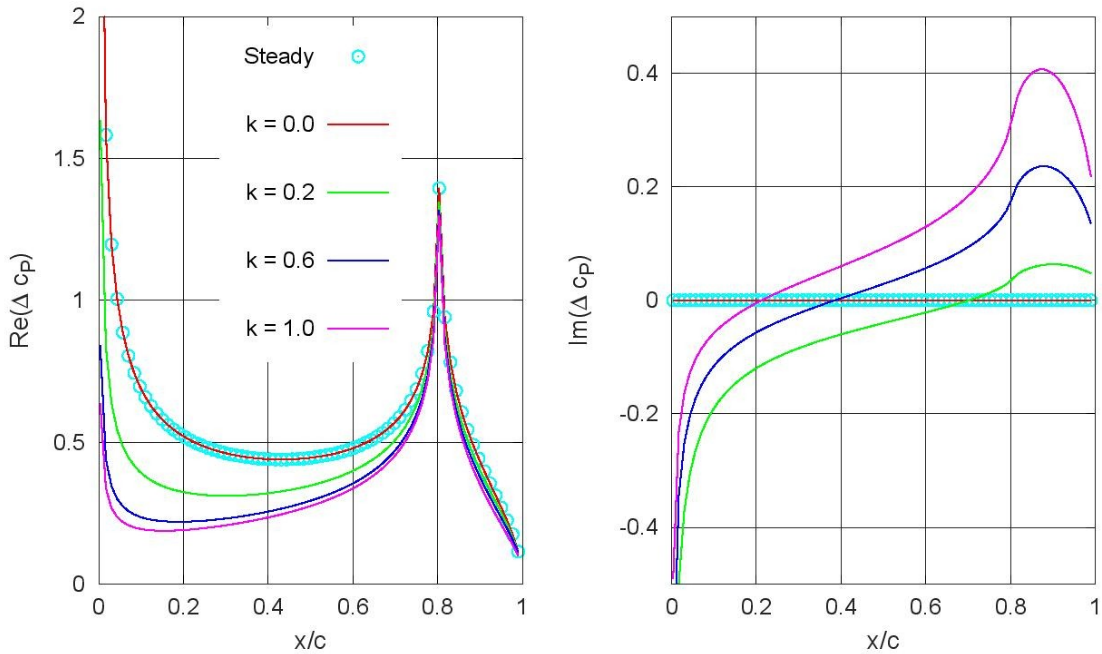

Abbildung 3.1: Druckbeiwert

```
    xlabel('x/c');
    ylabel('Re(\Delta c_P)');

 subplot(1, 2, 2)
    plot(xv, imag(cpS), "marker", "o",
                        "linestyle", "none",
         xv, imag(cp))
    grid;
    ylim([-0.5, 0.5]);
    xlabel('x/c');
    ylabel('Im(\Delta c_P)');

 print([file, ".jpg"], "-djpg");
```

Ergebnis

Abbildung 3.1 zeigt die Druckbeiwerte für die verschiedenen reduzierten Frequenzen sowie den Druckbeiwert für den stationären Klappenausschlag. Der Druckbeiwert für den stationären Klappenausschlag stimmt mit dem instationären Druckbeiwert für eine reduzierte Frequenz von 0 überein.