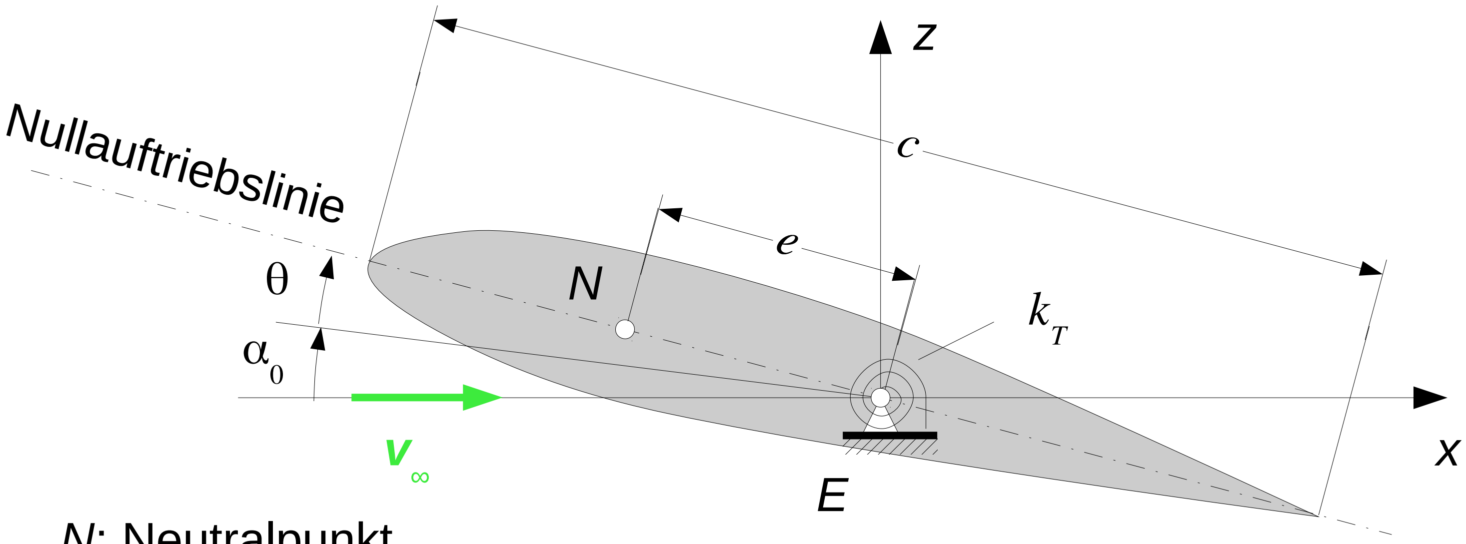
1. Torsionsdivergenz

- Berechnungsmodell:



N: Neutralpunkt

– Der Neutralpunkt ist der Punkt, bezüglich dem der Momentenbeiwert nicht vom Anstellwinkel abhängt.

1. Torsionsdivergenz

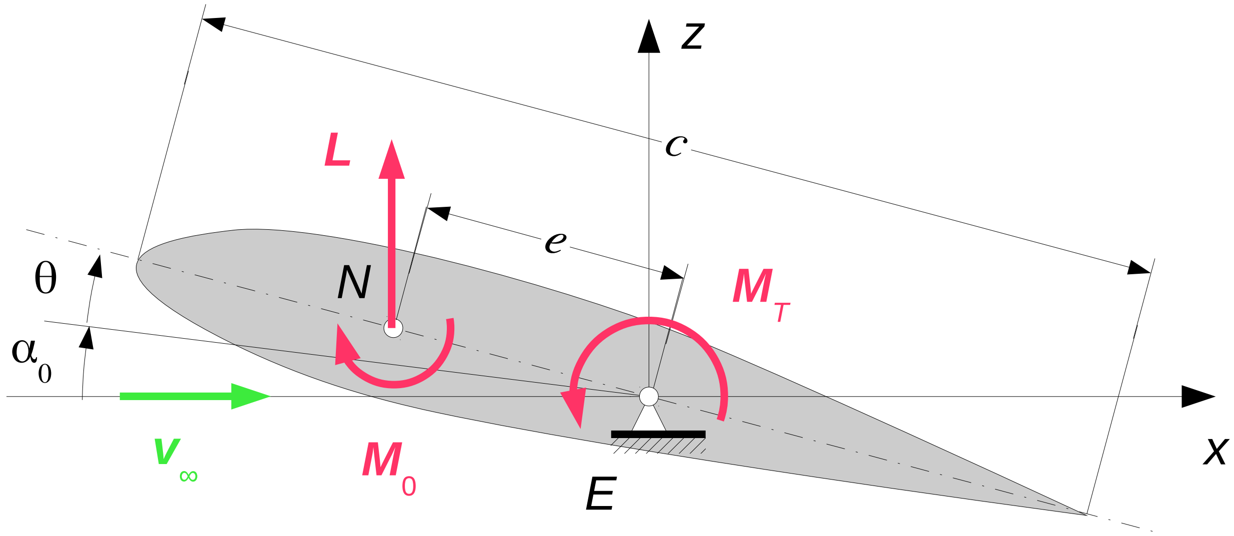
- Das starre Profil ist im Punkt *E* gelenkig gelagert und wird durch eine Torsionsfeder mit der Federsteifigkeit k_T gehalten.
- Der Abstand e des Neutralpunkts *N* vom Punkt *E* wird positiv in Richtung zur Flügelnase gemessen.
- Der Torsionswinkel θ ist positiv im Uhrzeigersinn, d. h. positiv um die *y*-Achse drehend.
- Beim Anstellwinkel α_0 ist die Torsionsfeder entspannt.
- Für den gesamten Anstellwinkel gilt: $\alpha = \alpha_0 + \theta$

1. Torsionsdivergenz

- Aufgabenstellung:
  - Gegeben:
    - Anströmgeschwindigkeit v_∞ und Anstellwinkel α_0
    - Luftdichte ρ
    - Federkonstante k_T
    - Flügelfläche S, Profiltiefe c und Neutralpunktsabstand e
    - Aerodynamische Beiwerte und ihre Ableitungen
  - Gesucht:
    - Torsionswinkel θ
    - Staudruck q_D, bei dem der Torsionswinkel unendlich groß wird
  - Die Winkel α_0 und θ dürfen als klein angenommen werden.

1. Torsionsdivergenz

- Gleichgewicht:



$$\sum M_y^E = 0 \quad : \quad M_0 + e\cos\left(\alpha_0 + \theta\right) L - M_T = 0$$

1. Torsionsdivergenz

- Kräfte und Momente:
  - Staudruck: $q_\infty = \frac{1}{2} \rho v_\infty^2$
  - Auftrieb: $L = c_L q_\infty S$
  - Nullmoment: $M_0 = c_{M_0} c\, q_\infty S$
  - Torsionsmoment:
    $M_T = k_T \theta$
  - Bei kleinen Winkeln gilt:
    $\cos(\alpha_0 + \theta) \approx 1$
    $c_L = \frac{dc_L}{d\alpha}(\alpha_0 + \theta)$
  - Einsetzen in das Momentengleichgewicht ergibt:

$$\left[c_{M_0} + \frac{e}{c} \frac{dc_L}{d\alpha}(\alpha_0 + \theta) \right] c\, q_\infty S = k_T \theta$$

1. Torsionsdivergenz

- Mit $c_{L\alpha}=dc_L/d\alpha,\ \ \varepsilon=e/c$ lautet die Gleichung:

$$\left(c_{M_0}+\varepsilon c_{L\alpha}\alpha_0\right)c\,q_\infty S=\left(k_T-\varepsilon c_{L\alpha}c\,q_\infty S\right)\theta$$

- Daraus folgt: $\theta=\dfrac{\left(c_{M_0}+\varepsilon c_{L\alpha}\alpha_0\right)c\,q_\infty S}{k_T-\varepsilon c_{L\alpha}c\,q_\infty S}$

- Der Winkel wird unendlich, wenn der Nenner null wird:

$$k_T-\varepsilon c_{L\alpha}c\,q_D S=0$$

- Daraus folgt für den kritischen Staudruck der Torsionsdivergenz:

$$\boxed{q_D=\frac{k_T}{\varepsilon c_{L\alpha}c\,S}}$$

1. Torsionsdivergenz

- Da der Staudruck immer positiv ist, kann Divergenz nur auftreten, wenn ε positiv ist, d. h. wenn der Neutralpunkt in Anströmrichtung vor dem Punkt *E* liegt.
- Bei einem Tragflügel entspricht der Punkt *E* dem Schubmittelpunkt.
- Mit $k_T = \varepsilon c_{L\alpha} c S q_D$ ergibt sich für den Torsionswinkel θ:

$$\theta = \frac{\left(c_{M_0} + \epsilon c_{L\alpha} \alpha_0\right) c q_\infty S}{\varepsilon c_{L\alpha} c S \left(q_D - q_\infty\right)} = \left(\frac{c_{M_0}}{\varepsilon c_{L\alpha}} + \alpha_0\right) \frac{q_\infty}{q_D - q_\infty}$$

$$= \left(\frac{c_{M_0}}{\varepsilon c_{L\alpha}} + \alpha_0\right) \frac{q_\infty / q_D}{1 - q_\infty / q_D} = \theta_0 \frac{q_\infty / q_D}{1 - q_\infty / q_D} \quad \text{mit} \quad \theta_0 = \alpha_0 + \frac{c_{M_0}}{\varepsilon c_{L\alpha}}$$

1. Torsionsdivergenz

- Also gilt:

$$\boxed{\frac{\theta}{\theta_0}=\frac{q_\infty/q_D}{1-q_\infty/q_D},\quad \frac{\theta_0}{\theta}=\frac{q_D}{q_\infty}-1}$$

- Für den Auftriebsbeiwert folgt:

$$c_L=c_{L\alpha}\left(\alpha_0+\theta_0\frac{q_\infty/q_D}{1-q_\infty/q_D}\right)=c_{L\alpha}\theta_0\left(\frac{\alpha_0}{\theta_0}+\frac{q_\infty/q_D}{1-q_\infty/q_D}\right)$$

- Das Profil kann so montiert werden, dass die entspannte Lage der Feder mit der Nullauftriebsrichtung übereinstimmt.

1. Torsionsdivergenz

- Dann gilt: $\alpha_0 = 0$
- Daraus folgt:

$$\theta_0 = \frac{c_{M_0}}{\varepsilon c_{L\alpha}}$$

$$c_L = \frac{c_{M_0}}{\varepsilon} \frac{q_\infty / q_D}{1 - q_\infty / q_D}$$

$$\rightarrow \frac{\varepsilon c_L}{c_{M_0}} = \frac{\theta}{\theta_0}$$