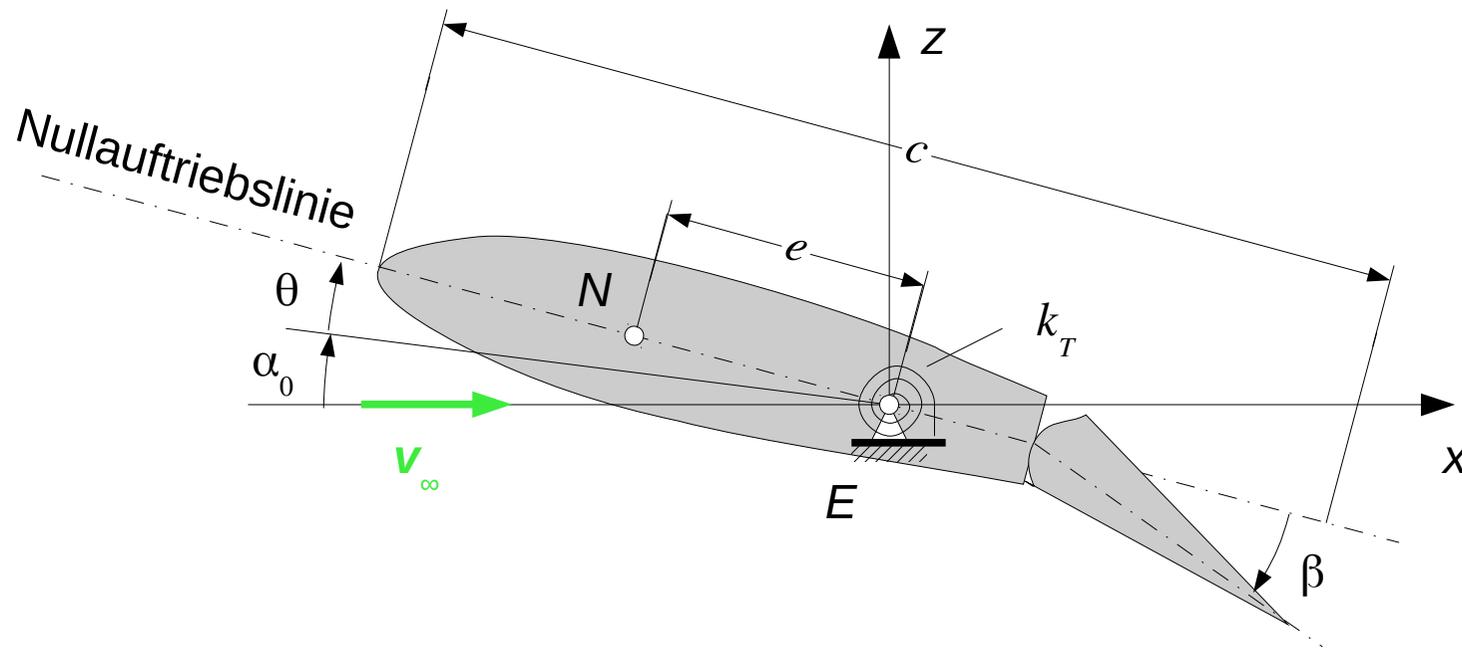


## 2. Ruderwirksamkeit

- Berechnungsmodell:



## 2. Ruderwirksamkeit

---

- Das starre Profil ist im Punkt  $E$  gelenkig gelagert und wird durch eine Torsionsfeder mit der Federsteifigkeit  $k_T$  gehalten.
- Der Abstand  $e$  des Neutralpunkts  $N$  vom Punkt  $E$  wird positiv in Richtung zur Flügelnase gemessen.
- Der Torsionswinkel  $\theta$  ist positiv im Uhrzeigersinn, d. h. positiv um die  $y$ -Achse drehend.
- Beim Anstellwinkel  $\alpha_0$  ist die Torsionsfeder entspannt.
- Für den gesamten Anstellwinkel gilt:  $\alpha = \alpha_0 + \theta$
- Der Ruderausschlag  $\beta$  ist positiv im Uhrzeigersinn.

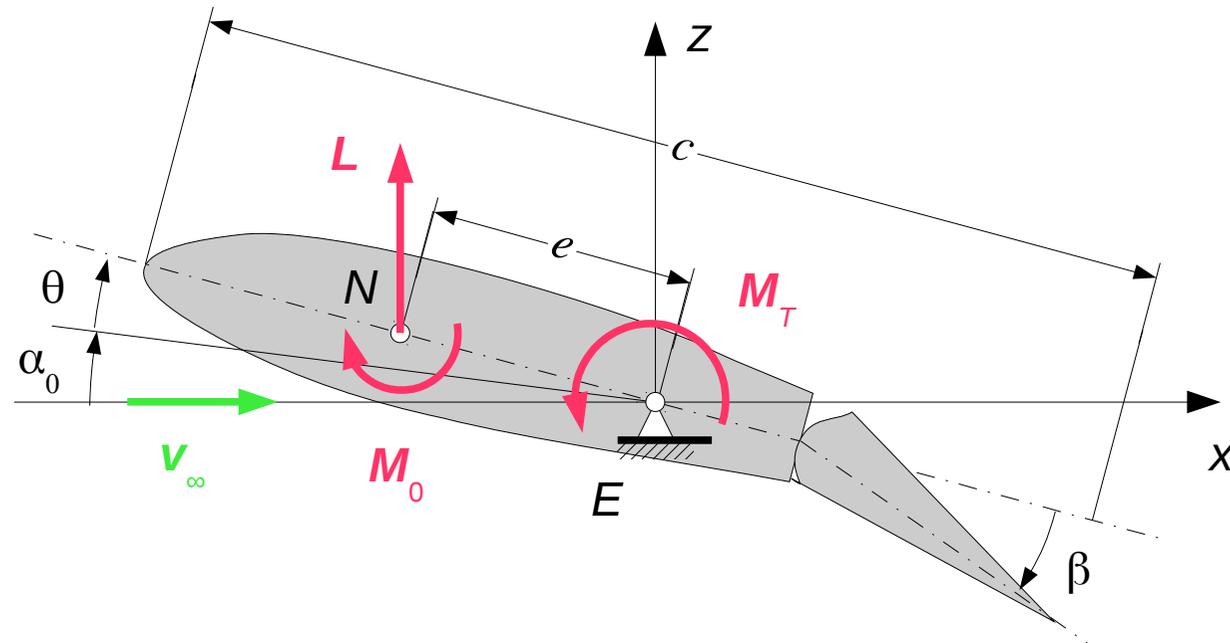
## 2. Ruderwirksamkeit

---

- Aufgabenstellung:
  - Gegeben:
    - Anströmgeschwindigkeit  $v_\infty$  und Anstellwinkel  $\alpha_0$
    - Luftdichte  $\rho$
    - Federkonstante  $k_T$
    - Flügelfläche  $S$ , Profiltiefe  $c$  und Neutralpunktsabstand  $e$
    - Aerodynamische Beiwerte und ihre Ableitungen
  - Gesucht:
    - Änderung des Auftriebs in Abhängigkeit vom Ruderausschlag  $\beta$
    - Staudruck  $q_R$ , bei dem die Auftriebsänderung null wird
  - Alle Winkel dürfen als klein angenommen werden.

## 2. Ruderwirksamkeit

- Gleichgewicht:



$$\sum M_y^E = 0 : M_0 + e \cos(\alpha_0 + \theta) L - M_T = 0$$

## 2. Ruderwirksamkeit

---

- Kräfte und Momente:

- Mit dem Staudruck  $q_\infty = \rho v_\infty^2 / 2$  gilt für den Auftrieb und das Nullmoment:

$$L = c_L q_\infty S, \quad M_0 = c_M c q_\infty S$$

- Der Ruderausschlag führt zu einer Änderung des Auftriebs und des Nullmoments. Daher hängen beide Beiwerte von  $\beta$  ab.
- Bei kleinen Winkeln gilt:

$$c_L = \frac{\partial c_L}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial c_L}{\partial \beta} \beta = c_{L\alpha} \alpha + c_{L\beta} \beta, \quad c_M = c_{M_0} + \frac{\partial c_M}{\partial \beta} \beta = c_{M_0} + c_{M\beta} \beta$$

## 2. Ruderwirksamkeit

---

- Für das Torsionsmoment gilt:  $M_T = k_T \theta$

- Torsionswinkel:

- Mit  $\cos(\alpha_0 + \theta) \approx 1$  lautet das Momentengleichgewicht:

$$\left[ c_{M_0} + c_{M\beta} \beta + \frac{e}{c} (c_{L\alpha} (\alpha_0 + \theta) + c_{L\beta} \beta) \right] c q_\infty S = k_T \theta$$

- Mit  $\varepsilon = e/c$  folgt daraus:

$$\theta = \frac{[c_{M_0} + (c_{M\beta} + \varepsilon c_{L\beta}) \beta + \varepsilon c_{L\alpha} \alpha_0] c q_\infty S}{k_T - \varepsilon c_{L\alpha} c q_\infty S} = \frac{c_{M_0} + (c_{M\beta} + \varepsilon c_{L\beta}) \beta + \varepsilon c_{L\alpha} \alpha_0}{\varepsilon c_{L\alpha} \left( \frac{k_T}{\varepsilon c_{L\alpha} c q_\infty S} - 1 \right)}$$

## 2. Ruderwirksamkeit

---

- Mit  $k_T / (\epsilon c_{L\alpha} c S) = q_D$  folgt: 
$$\theta = \frac{c_{M_0} + (c_{M\beta} + \epsilon c_{L\beta}) \beta + \epsilon c_{L\alpha} \alpha_0}{\epsilon c_{L\alpha} (q_D / q_\infty - 1)}$$

- Änderung des Auftriebsbeiwerts:

- Mit  $\alpha = \alpha_0 + \theta$  gilt für den Auftriebsbeiwert des elastisch gelagerten Profils:

$$c_L^E = c_{L\alpha} \left( \alpha_0 + \frac{c_{M_0} + (c_{M\beta} + \epsilon c_{L\beta}) \beta + \epsilon c_{L\alpha} \alpha_0}{\epsilon c_{L\alpha} (q_D / q_\infty - 1)} \right) + c_{L\beta} \beta$$

## 2. Ruderwirksamkeit

- Für die Ableitung nach dem Ruderausschlag  $\beta$  folgt:

$$c_{L\beta}^E = \frac{\partial c_L^E}{\partial \beta} = \frac{c_{M\beta} + \varepsilon c_{L\beta}}{\varepsilon (q_D/q_\infty - 1)} + c_{L\beta} = \frac{c_{M\beta} + \varepsilon c_{L\beta} q_D/q_\infty}{\varepsilon (q_D/q_\infty - 1)}$$

$$= \left( \frac{c_{M\beta}}{\varepsilon} \frac{q_\infty}{q_D} + c_{L\beta} \right) \frac{1}{1 - q_\infty/q_D}$$

- Daraus folgt für den Staudruck  $q_R$ , bei dem die Ableitung null wird:

$$\frac{q_R}{q_D} = -\varepsilon \frac{c_{L\beta}}{c_{M\beta}}$$

- Für  $q_\infty > q_R$  tritt eine Umkehr der Ruderwirkung auf.

## 2. Ruderwirksamkeit

- Wegen  $c_{M\beta} < 0$  gilt  $q_R > 0$ .
- Mit  $q_D = k_T / (\varepsilon c_{L\alpha} c_S)$  gilt:  $q_R = -\varepsilon q_D \frac{c_{L\beta}}{c_{M\beta}} = -\frac{k_T}{c_S} \frac{c_{L\beta}}{c_{L\alpha} c_{M\beta}}$
- Der Staudruck, bei dem eine Ruderumkehr auftritt, hängt nicht vom Abstand der Punkte  $N$  und  $E$  ab.

- Ruderwirkungsfaktor:

- Der Ruderwirkungsfaktor  $\eta_R$  ist definiert als Verhältnis der Auftriebsänderung beim elastisch gelagerten Profil zur Auftriebsänderung beim starr gelagerten Profil:

$$\eta_R = \frac{c_{L\beta}^E}{c_{L\beta}} = \left( \frac{1}{\varepsilon} \frac{c_{M\beta}}{c_{L\beta}} \frac{q_\infty}{q_D} + 1 \right) \frac{1}{1 - q_\infty / q_D} \rightarrow \eta_R = \frac{1 - q_\infty / q_R}{1 - q_\infty / q_D}$$

## 2. Ruderwirksamkeit

---

- Mit

$$\eta_R = \frac{1 - (q_D/q_R) q_\infty/q_D}{1 - q_\infty/q_D}$$

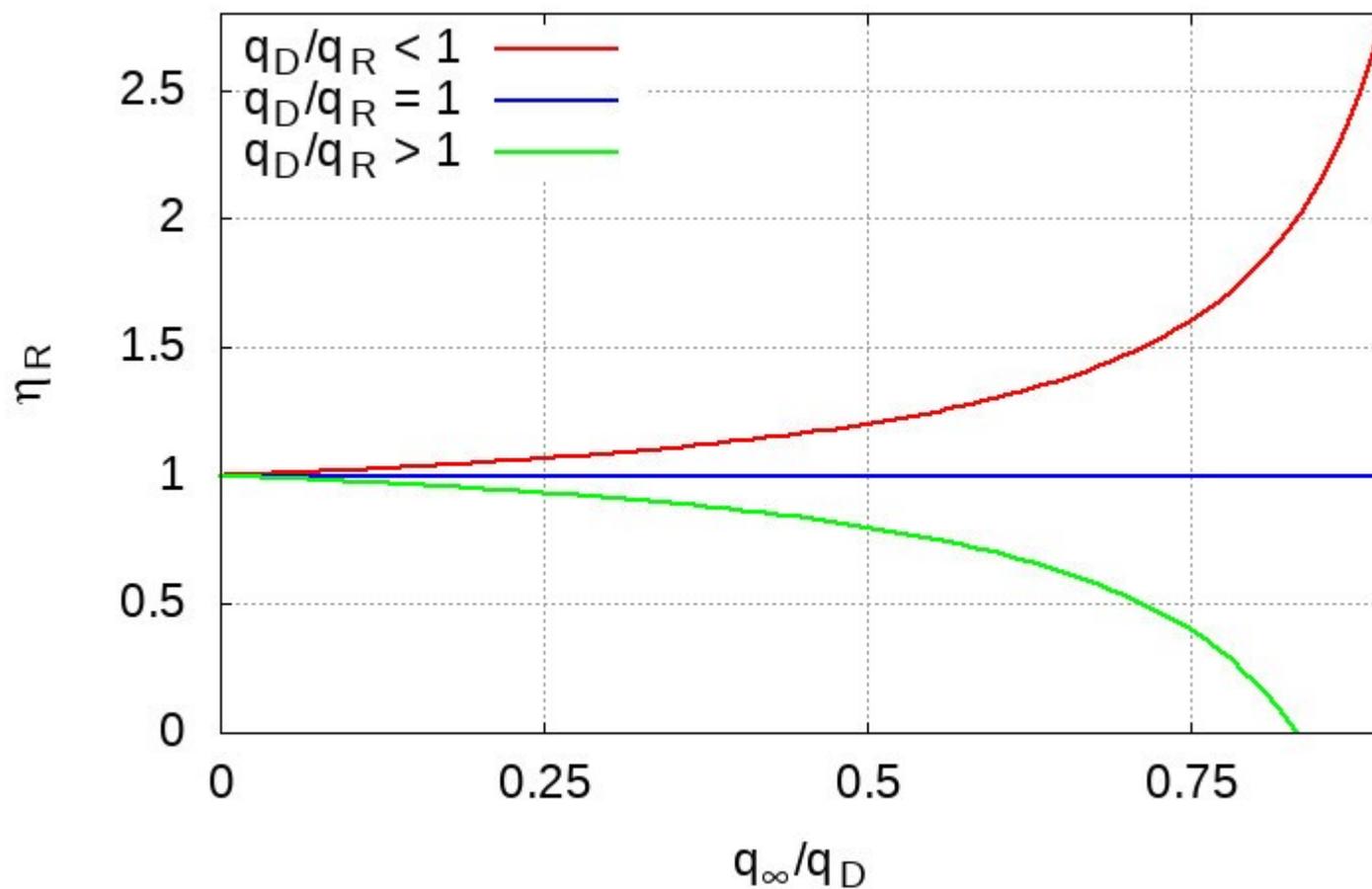
folgt, dass die Abhängigkeit des Ruderwirkungsfaktors von  $q_\infty/q_D$  nur vom Verhältnis  $q_D/q_R$  beeinflusst wird.

- Für  $q_R < q_D$  ist  $\eta_R < 1$ .
- Der Ruderwirkungsfaktor ist eins für  $q_R = q_D$ , d. h. für

$$1 = \frac{q_R}{q_D} = -\varepsilon \frac{c_{L\beta}}{c_{M\beta}}$$

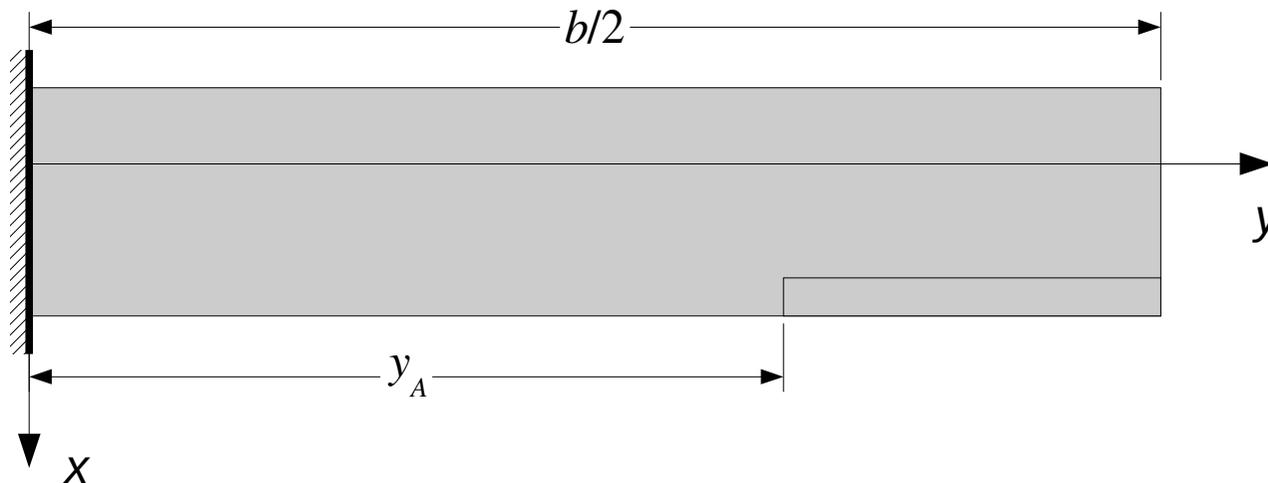
- Für  $q_R > q_D$  ist  $\eta_R > 1$ .

## 2. Ruderwirksamkeit



## 2. Ruderwirksamkeit

- Querruder:
  - Bei Querrudern, die weit außen am Tragflügel angebracht sind, macht sich der Einfluss der Torsionsverformung des Tragflügels stark bemerkbar.



## 2. Ruderwirksamkeit

---

- Bei konstantem Querschnitt gilt:

$$\theta(y_A) = \frac{M_T y_A}{G I_T} \rightarrow k_T = \frac{M_T}{\theta(y_A)} = \frac{G I_T}{y_A}$$

- Die Torsionssteifigkeit ist umgekehrt proportional zum Abstand des Querruders von der Flügelwurzel.