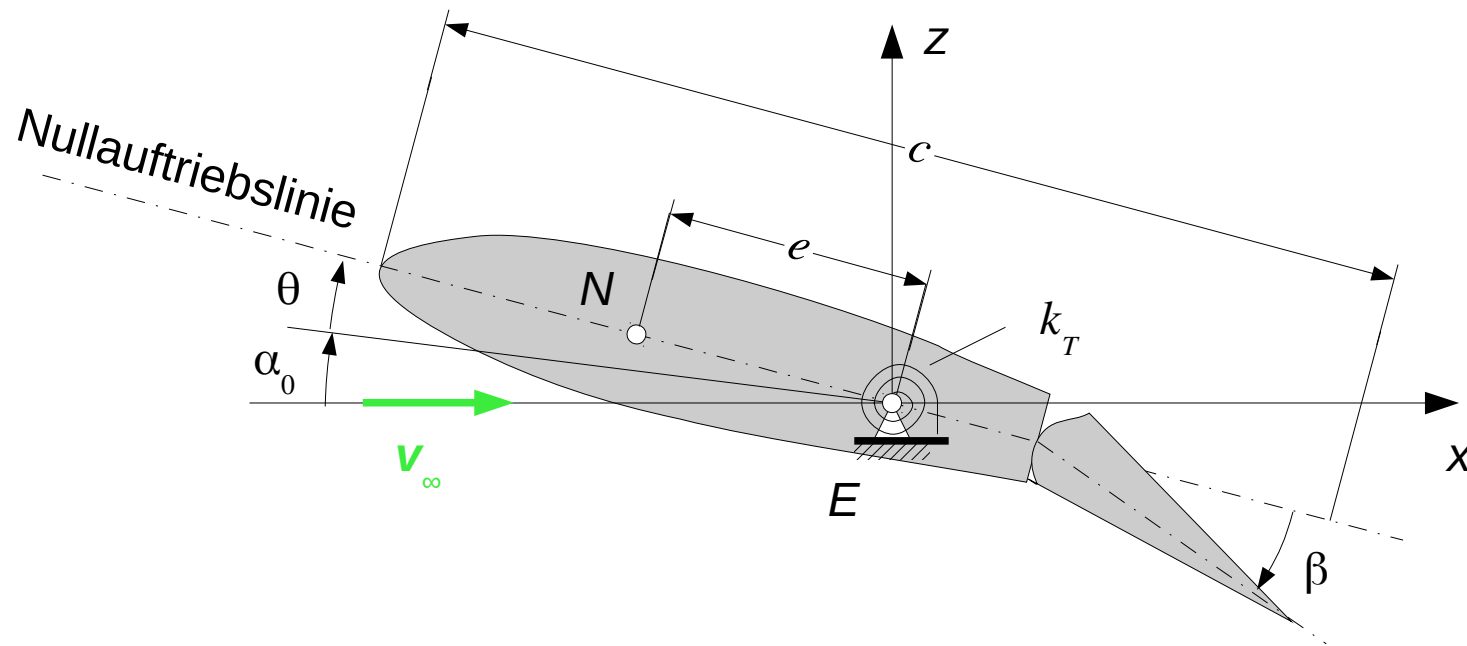


2. Ruderwirksamkeit

- Berechnungsmodell:



2. Ruderwirksamkeit

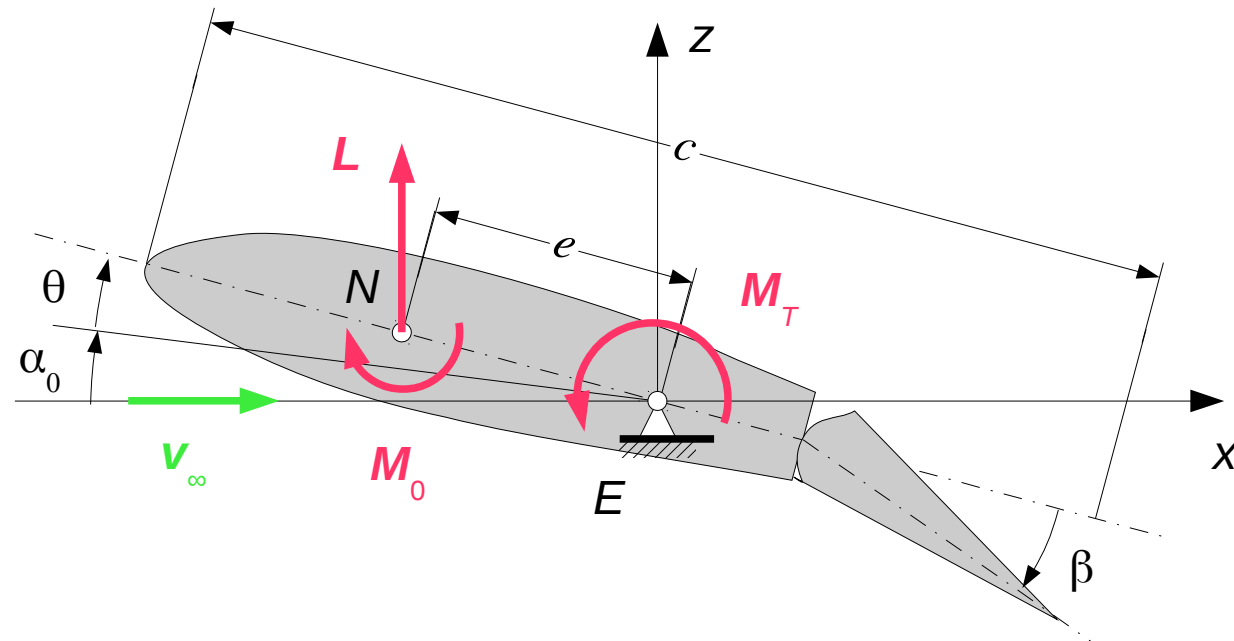
- Das starre Profil ist im Punkt E gelenkig gelagert und wird durch eine Torsionsfeder mit der Federsteifigkeit k_T gehalten.
- Der Abstand e des Neutralpunkts N vom Punkt E wird positiv in Richtung zur Flügelnase gemessen.
- Der Torsionswinkel θ ist positiv im Uhrzeigersinn, d. h. positiv um die y -Achse drehend.
- Beim Anstellwinkel α_0 ist die Torsionsfeder entspannt.
- Für den gesamten Anstellwinkel gilt: $\alpha = \alpha_0 + \theta$
- Der Ruderausschlag β ist positiv im Uhrzeigersinn.

2. Ruderwirksamkeit

- Aufgabenstellung:
 - Gegeben:
 - Anströmgeschwindigkeit v_∞ und Anstellwinkel α_0
 - Luftdichte ρ
 - Federkonstante k_T
 - Flügelfläche S , Profiltiefe c und Neutralpunktsabstand e
 - Aerodynamische Beiwerte und ihre Ableitungen
 - Gesucht:
 - Änderung des Auftriebs in Abhängigkeit vom Ruderausschlag β
 - Staudruck q_R , bei dem die Auftriebsänderung null wird
 - Alle Winkel dürfen als klein angenommen werden.

2. Ruderwirksamkeit

- Gleichgewicht:



$$\sum M_y^E = 0 : M_0 + e \cos(\alpha_0 + \theta) L - M_T = 0$$

2. Ruderwirksamkeit

- Kräfte und Momente:

- Mit dem Staudruck $q_\infty = \rho v_\infty^2 / 2$ gilt für den Auftrieb und das Nullmoment:

$$L = c_L q_\infty S, \quad M_0 = c_M c q_\infty S$$

- Der Ruderausschlag führt zu einer Änderung des Auftriebs und des Nullmoments. Daher hängen beide Beiwerte von β ab.
- Bei kleinen Winkeln gilt:

$$c_L = \frac{\partial c_L}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial c_L}{\partial \beta} \beta = c_{L\alpha} \alpha + c_{L\beta} \beta, \quad c_M = c_{M_0} + \frac{\partial c_M}{\partial \beta} \beta = c_{M_0} + c_{M\beta} \beta$$

2. Ruderwirksamkeit

- Für das Torsionsmoment gilt: $M_T = k_T \theta$

- Torsionswinkel:

- Mit $\cos(\alpha_0 + \theta) \approx 1$ lautet das Momentengleichgewicht:

$$\left[c_{M_0} + c_{M\beta} \beta + \frac{e}{c} (c_{L\alpha} (\alpha_0 + \theta) + c_{L\beta} \beta) \right] c q_\infty S = k_T \theta$$

- Mit $\varepsilon = e/c$ folgt daraus:

$$\theta = \frac{[c_{M_0} + (c_{M\beta} + \varepsilon c_{L\beta}) \beta + \varepsilon c_{L\alpha} \alpha_0] c q_\infty S}{k_T - \varepsilon c_{L\alpha} c q_\infty S} = \frac{c_{M_0} + (c_{M\beta} + \varepsilon c_{L\beta}) \beta + \varepsilon c_{L\alpha} \alpha_0}{\varepsilon c_{L\alpha} \left(\frac{k_T}{\varepsilon c_{L\alpha} c q_\infty S} - 1 \right)}$$

2. Ruderwirksamkeit

- Mit $k_T / (\epsilon c_{L\alpha} c S) = q_D$ folgt:
$$\theta = \frac{c_{M_0} + (c_{M\beta} + \epsilon c_{L\beta}) \beta + \epsilon c_{L\alpha} \alpha_0}{\epsilon c_{L\alpha} (q_D / q_\infty - 1)}$$

- Änderung des Auftriebsbeiwerts:

- Mit $\alpha = \alpha_0 + \theta$ gilt für den Auftriebsbeiwert des elastisch gelagerten Profils:

$$c_L^E = c_{L\alpha} \left(\alpha_0 + \frac{c_{M_0} + (c_{M\beta} + \epsilon c_{L\beta}) \beta + \epsilon c_{L\alpha} \alpha_0}{\epsilon c_{L\alpha} (q_D / q_\infty - 1)} \right) + c_{L\beta} \beta$$

2. Ruderwirksamkeit

- Für die Ableitung nach dem Ruderausschlag β folgt:

$$c_{L\beta}^E = \frac{\partial c_L^E}{\partial \beta} = \frac{c_{M\beta} + \varepsilon c_{L\beta}}{\varepsilon (q_D/q_\infty - 1)} + c_{L\beta} = \frac{c_{M\beta} + \varepsilon c_{L\beta} q_D/q_\infty}{\varepsilon (q_D/q_\infty - 1)}$$

$$= \left(\frac{c_{M\beta}}{\varepsilon} \frac{q_\infty}{q_D} + c_{L\beta} \right) \frac{1}{1 - q_\infty/q_D}$$

- Daraus folgt für den Staudruck q_R , bei dem die Ableitung null wird:

$$\frac{q_R}{q_D} = -\varepsilon \frac{c_{L\beta}}{c_{M\beta}}$$

- Für $q_\infty > q_R$ tritt eine Umkehr der Ruderwirkung auf.

2. Ruderwirksamkeit

- Wegen $c_{M\beta} < 0$ gilt $q_R > 0$.
- Mit $q_D = k_T / (\varepsilon c_{L\alpha} c_S)$ gilt: $q_R = -\varepsilon q_D \frac{c_{L\beta}}{c_{M\beta}} = -\frac{k_T}{c_S} \frac{c_{L\beta}}{c_{L\alpha} c_{M\beta}}$
- Der Staudruck, bei dem eine Ruderumkehr auftritt, hängt nicht vom Abstand der Punkte N und E ab.

- Ruderwirkungsfaktor:

- Der Ruderwirkungsfaktor η_R ist definiert als Verhältnis der Auftriebsänderung beim elastisch gelagerten Profil zur Auftriebsänderung beim starr gelagerten Profil:

$$\eta_R = \frac{c_{L\beta}^E}{c_{L\beta}} = \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{c_{M\beta}}{c_{L\beta}} \frac{q_\infty}{q_D} + 1 \right) \frac{1}{1 - q_\infty / q_D} \rightarrow \eta_R = \frac{1 - q_\infty / q_R}{1 - q_\infty / q_D}$$

2. Ruderwirksamkeit

- Mit

$$\eta_R = \frac{1 - (q_D/q_R) q_\infty/q_D}{1 - q_\infty/q_D}$$

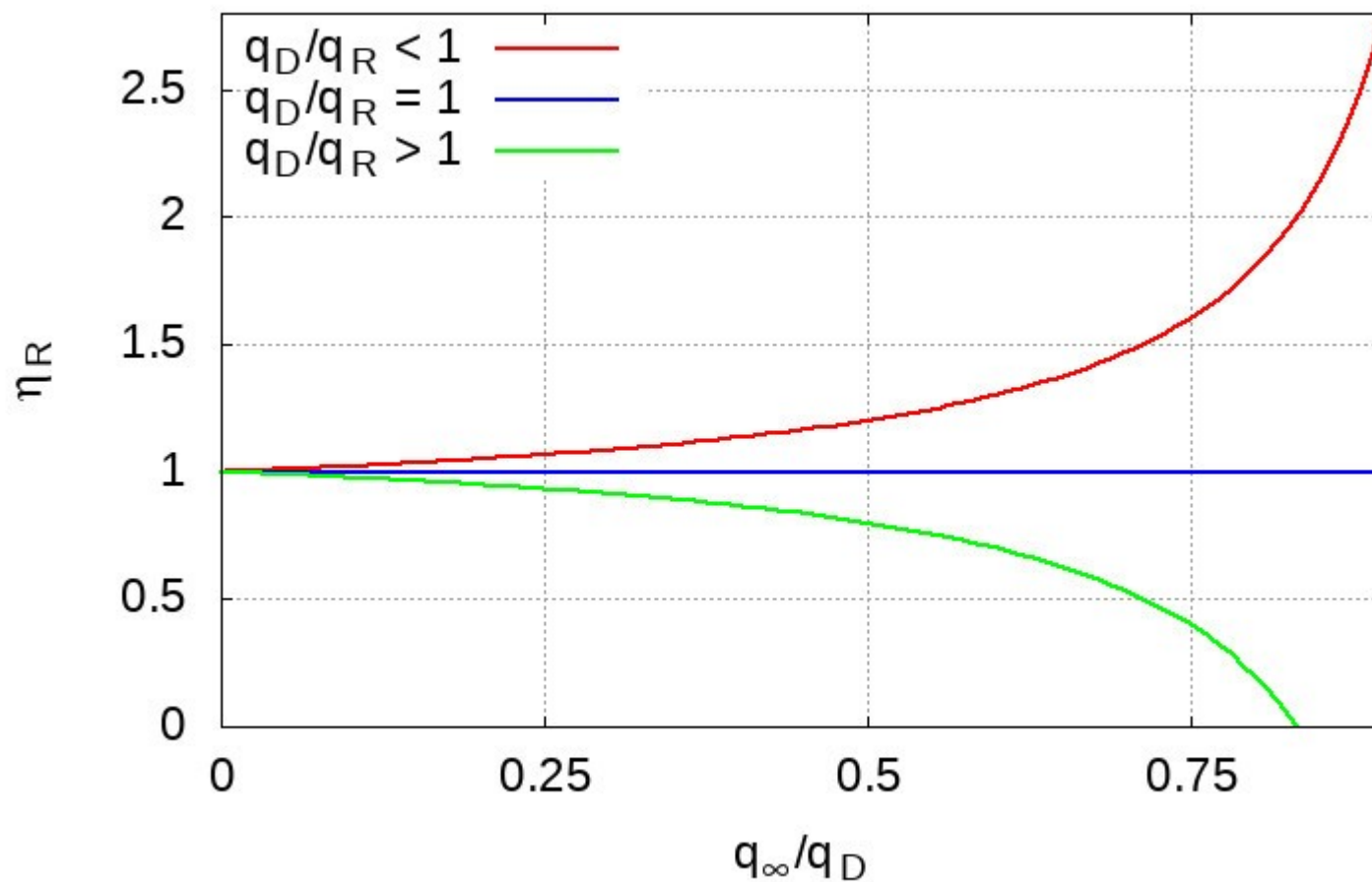
folgt, dass die Abhängigkeit des Ruderwirkungsfaktors von q_∞/q_D nur vom Verhältnis q_D/q_R beeinflusst wird.

- Für $q_R < q_D$ ist $\eta_R < 1$.
- Der Ruderwirkungsfaktor ist eins für $q_R = q_D$, d. h. für

$$1 = \frac{q_R}{q_D} = -\varepsilon \frac{c_{L\beta}}{c_{M\beta}}$$

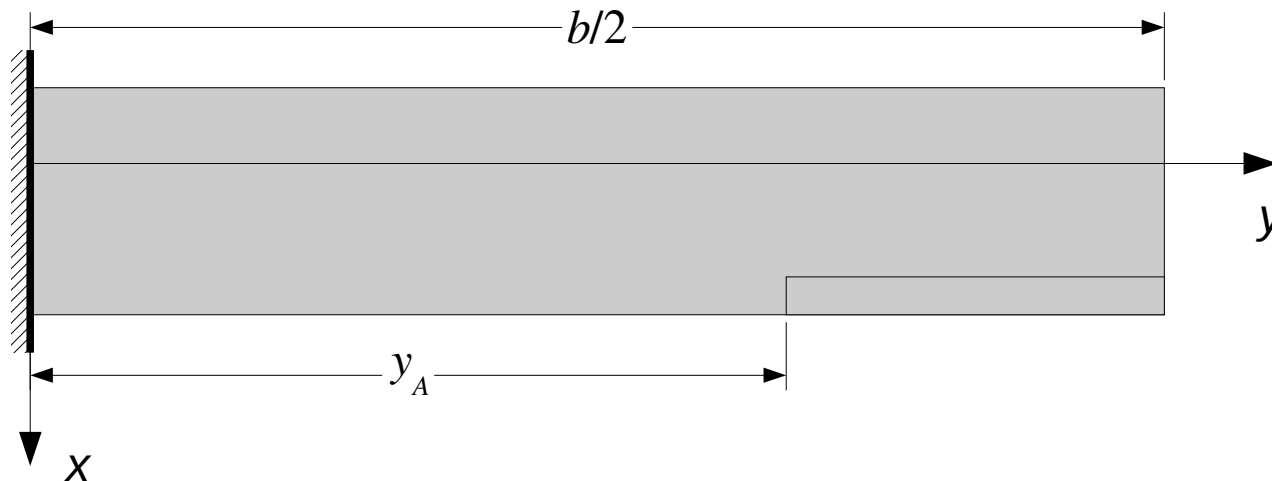
- Für $q_R > q_D$ ist $\eta_R > 1$.

2. Ruderwirksamkeit



2. Ruderwirksamkeit

- Querruder:
 - Bei Querrudern, die weit außen am Tragflügel angebracht sind, macht sich der Einfluss der Torsionsverformung des Tragflügels stark bemerkbar.



2. Ruderwirksamkeit

- Bei konstantem Querschnitt gilt:

$$\theta(y_A) = \frac{M_T y_A}{G I_T} \rightarrow k_T = \frac{M_T}{\theta(y_A)} = \frac{G I_T}{y_A}$$

- Die Torsionssteifigkeit ist umgekehrt proportional zum Abstand des Querruders von der Flügelwurzel.