1. Instationäre Potentialströmung

- Potentialgleichung:
  - Aus der Kontinuitätsgleichung folgt für eine inkompressible Strömung:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0$$

  - Für eine wirbelfreie inkompressible Strömung gibt es ein Geschwindigkeitspotential Φ mit $\boldsymbol{v} = \nabla\Phi$.
  - Einsetzen in die Kontinuitätsgleichung führt auf die Potentialgleichung:

$$\nabla^2 \Phi = 0$$

  - Die Potentialgleichung für die instationäre inkompressible Strömung ist identisch mit der Potentialgleichung für die stationäre inkompressible Strömung.

1. Instationäre Potentialströmung

- Randbedingungen:
  - Die Anströmgeschwindigkeit ist eine zeitlich konstante Translationsströmung.
  - Auf dem umströmten Körper gilt: $\boldsymbol{v}(t)\cdot\boldsymbol{n}(t)=\boldsymbol{v}_S(t)\cdot\boldsymbol{n}(t)$
  - Dabei ist $\boldsymbol{v}_S(t)$ die Geschwindigkeit, mit der sich der Rand des umströmten Körpers bewegt, und $\boldsymbol{n}(t)$ der Normalenvektor auf dem Rand.
- Druckbeiwert:
  - Für eine instationäre inkompressible Potentialströmung lautet die Euler-Gleichung:

$$\nabla\left(\rho\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\rho\,\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{v}+p\right)=\boldsymbol{0}$$

1. Instationäre Potentialströmung

- Daraus folgt:

$$\boxed{\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho v^2 + p = f(t)}$$

- Diese Verallgemeinerung der Bernoulli-Gleichung auf instationäre Strömungen wird als *Kelvin-Gleichung* bezeichnet.
- Im Gegensatz zur Bernoulli-Gleichung muss hier vorausgesetzt werden, dass die Strömung wirbelfrei ist.
- Wenn die ungestörte Anströmung im Unendlichen eine stationäre Parallelströmung ist, gilt:

$$f(t) = \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 + p_\infty = const .$$

1. Instationäre Potentialströmung

- Aus $$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho v^2 + p = \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 + p_\infty = q_\infty + p_\infty$$

  folgt für den Druckbeiwert:

$$\boxed{c_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty} = 1 - \frac{v^2}{v_\infty^2} - \frac{2}{v_\infty^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t}}$$

- Gegenüber der stationären Strömung enthält diese Gleichung noch die zeitliche Ableitung des Potentials.