

2. Flattern

- Flattern bedeutet, dass eine kleine Störung durch Rückkopplung mit der Strömung zu einer Schwingung mit anwachsender Amplitude führt.
- Wenn die Amplitude unbegrenzt anwächst, spricht man von *explosivem Flattern*. Explosives Flattern führt zur schnellen Zerstörung des Flugzeugs.
- Wird die Amplitude durch Nichtlinearitäten auf einen großen, aber endlichen Wert begrenzt, spricht man von *Limit Cycle Oscillations*. Limit Cycle Oscillations können zu einem Versagen durch Materialermüdung führen.

2. Flattern

- Im Rahmen einer linearen Theorie kann nicht zwischen explosivem Flattern und Limit Cycle Oscillations unterschieden werden.
- Mit einer linearen Theorie lässt sich vorhersagen, ab welcher Geschwindigkeit Flattern auftreten kann.
- In der zivilen Luftfahrt muss auch das Auftreten von Limit Cycle Oscillations vermieden werden.

2. Flattern

2.1 Flattergleichung

2.2 k-Methode

2.3 pk-Methode

2.4 Beispiel

2.1 Flattergleichung

- Annahmen:
 - Die Dämpfung wird vernachlässigt.
 - Es wird davon ausgegangen, dass außer den Luftkräften keine zeitlich veränderlichen Kräfte am Flugzeug angreifen.
 - Es erfolgen keine zeitlich veränderlichen Klappenausschläge.
- Bewegungsgleichung:
 - Mit den getroffenen Annahmen vereinfacht sich die Bewegungsgleichung zu

$$[M][\ddot{u}(t)] + [K][u(t)] = q_\infty \left([A^1][\dot{u}] + [A^2][\ddot{u}] + \int_0^\infty [A(\tau)][u(t-\tau)] d\tau \right)$$

2.1 Flattergleichung

- Die Verschiebungen $[u(t)]$ beschreiben den zeitlichen Verlauf der Auslenkung aus einer Gleichgewichtslage nach einer kleinen Anfangsauslenkung infolge einer kleinen Störung.
- Lösung:
 - Die Bewegungsgleichung ist eine lineare Integro-Differenzialgleichung.
 - Einsetzen des Ansatzes $[u(t)] = [U] e^{\lambda t}$ ergibt:

$$(\lambda^2 [M] + [K])[U] e^{\lambda t} = q_{\infty} \left(\lambda [A^1] + \lambda^2 [A^2] + \int_0^{\infty} [A(\tau)] e^{-\lambda \tau} d\tau \right) [U] e^{\lambda t}$$

2.1 Flattergleichung

- Mit

$$[Q(\lambda)] = \lambda[A^1] + \lambda^2[A^2] + \int_0^{\infty} [A(\tau)] e^{-\lambda\tau} d\tau$$

folgt daraus die *Flattergleichung*

$$(\lambda^2[M] + [K] - q_{\infty}[Q(\lambda)])[U] = [0]$$

- Die Flattergleichung hat nur dann eine nichttriviale Lösung, wenn die *Flatterdeterminante* null ist:

$$\det(\lambda^2[M] + [K] - q_{\infty}[Q(\lambda)]) = 0$$

- Die Lösung dieser transzendenten Gleichung liefert die im Allgemeinen komplexen Eigenwerte $\lambda_n = a_n + i\omega_n$.

2.1 Flattergleichung

- Stabilität:
 - Für $a_n < 0$ nimmt die Störung exponentiell ab. Das System ist stabil.
 - Für $a_n > 0$ nimmt die Störung exponentiell zu. Das System ist instabil:
 - Für $\omega_n \neq 0$ tritt Flattern auf. Das System schwingt mit exponentiell anwachsender Amplitude.
 - Für $\omega_n = 0$ tritt statische Divergenz auf. Die Auslenkung wird unendlich groß, ohne dass das System schwingt.
 - Die *Stabilitätsgrenze* liegt bei $a_n = 0$.

2.1 Flattergleichung

- Flatterform:

- Die im Allgemeinen komplexen Eigenvektoren $[U_n]$ beschreiben die Form der Auslenkung.
- Einsetzen des komplex konjugierten Ansatzes $[\bar{u}(t)] = [\bar{U}] e^{\bar{\lambda}t}$ in die Bewegungsgleichung ergibt zunächst:

$$(\bar{\lambda}^2[M] + [K])[\bar{U}] e^{\bar{\lambda}t} = q_\infty \left(\bar{\lambda}[A^1] + \bar{\lambda}^2[A^2] + \int_0^\infty [A(\tau)] e^{-\bar{\lambda}\tau} d\tau \right) [\bar{U}] e^{\bar{\lambda}t}$$

- Daraus folgt:

$$\begin{aligned} \overline{(\lambda^2[M] + [K])}[\bar{U}] &= q_\infty \overline{\left(\lambda[A^1] + \lambda^2[A^2] + \int_0^\infty [A(\tau)] e^{-\lambda\tau} d\tau \right)}[\bar{U}] \\ &= q_\infty \overline{Q(\lambda)}[\bar{U}] \end{aligned}$$

2.1 Flattergleichung

- Mit $[u_n(t)] = [U_n] e^{\lambda_n t}$ ist also auch $[\bar{u}_n(t)] = [\bar{U}_n] e^{\bar{\lambda}_n t}$ eine Lösung der Bewegungsgleichung.

- Da die Bewegungsgleichung linear ist, ist auch die reelle Funktion

$$[u_n(t)] = [U_n] e^{\lambda_n t} + [\bar{U}_n] e^{\bar{\lambda}_n t} = 2 \Re \left([U_n] e^{\lambda_n t} \right)$$

eine Lösung.

- Der allgemeine zeitliche Verlauf der Auslenkung wird beschrieben durch

$$[u(t)] = \sum_n q_n \Re \left([U_n] e^{\lambda_n t} \right)$$

- Die Koeffizienten q_n werden durch die Anfangsauslenkung festgelegt.

2.1 Flattergleichung

- Modale Reduktion:

- Die Dimension der Flattergleichung wird in der Regel vor der Lösung durch eine modale Reduktion verringert.
- Dazu wird die Verschiebung durch eine Überlagerung der ersten p Eigenvektoren approximiert:

$$[U] \approx [U^p] = \sum_{n=1}^p [x_n] Q_n = [X^p] [U]_p$$

- Die modale Reduktion führt auf die reduzierte Flattergleichung

$$\left(\lambda^2 [M]_p + [K]_p - q_\infty [Q(\lambda)]_p \right) [U]_p = [0]$$

2.1 Flattergleichung

- Für die modalen Matrizen gilt:

$$[K]_p = [X^p]^T [K] [X^p], \quad [M]_p = [X^p]^T [M] [X^p], \quad [Q]_p = [X^p]^T [Q] [X^p]$$

- Wegen der Orthogonalität der Eigenvektoren sind die modale Steifigkeitsmatrix und die modale Massenmatrix Diagonalmatrizen.
- Die modale aerodynamische Matrix ist eine voll besetzte unsymmetrische komplexe Matrix.

2.1 Flattergleichung

- Bei der Lösung der Flattergleichung treten folgende Schwierigkeiten auf:
 - Es handelt sich um ein transzendentes unsymmetrisches komplexes Eigenwertproblem.
 - Die Berechnung der instationären aerodynamischen Matrix für komplexe Werte von λ ist wesentlich komplizierter als für rein imaginäre Werte, die einer harmonischen Schwingung entsprechen.
- Im Folgenden werden zwei Verfahren angegeben, bei denen nur ein lineares Eigenwertproblem gelöst werden muss und nur die aerodynamische Matrix für harmonische Schwingungen benötigt wird.

2.2 k-Methode

- Eigenwertproblem:

- Damit als Lösungen Schwingungen mit konstanter Amplitude auftreten, wird der Flattergleichung ein Dämpfungsterm hinzugefügt.
- Mit $\lambda = i\omega$ lautet die modifizierte Gleichung:

$$\left(-\omega^2 [M]_p - q_\infty [Q(i\omega)]_p + (1 + i\gamma) [K]_p\right) [U]_p = [0]$$

- Der Faktor γ kann als Strukturdämpfung interpretiert werden:
 - Für $\gamma > 0$ wird dem System Energie entzogen.
 - Für $\gamma < 0$ wird dem System Energie hinzugefügt.

2.2 k-Methode

- Der Faktor γ ist zunächst unbekannt. Er ergibt sich als Teil der Lösung so, dass der Energieaustausch mit der Strömung kompensiert wird.
- Mit $\omega = 2 v_\infty k / c$ und $q_\infty = \rho v_\infty^2 / 2$ folgt:

$$\left([K]_p - \frac{v_\infty^2}{1+i\gamma} \left(4 \frac{k^2}{c^2} [M]_p + \frac{\rho}{2} [Q(k)]_p \right) \right) [U]_p = [0]$$

- Für jeden festen Wert von k folgt daraus ein lineares Eigenwertproblem:

$$\left([K]_p - \mu \left(4 \frac{k^2}{c^2} [M]_p + \frac{\rho}{2} [Q(k)]_p \right) \right) [U]_p = [0] \quad \text{mit} \quad \mu = \frac{v_\infty^2}{1+i\gamma}$$

2.2 k-Methode

- Das Eigenwertproblem kann in GNU Octave mit der Funktion **eig** gelöst werden.
- Auswertung:
 - Aus dem Eigenwert lässt sich die Geschwindigkeit und der Dämpfungsfaktor berechnen:

$$\mu = \frac{v_\infty^2}{1+i\gamma} = v_\infty^2 \frac{1-i\gamma}{1+\gamma^2} \rightarrow \Re(\mu) = \frac{v_\infty^2}{1+\gamma^2}, \quad \Im(\mu) = -\frac{v_\infty^2 \gamma}{1+\gamma^2}$$

$$\Im(\mu) = -\gamma \Re(\mu) \rightarrow \gamma = -\frac{\Im(\mu)}{\Re(\mu)}$$

$$v_\infty^2 = (1+\gamma^2) \Re(\mu) = \frac{\Re^2(\mu) + \Im^2(\mu)}{\Re(\mu)}$$

2.2 k-Methode

- Für die Frequenz folgt: $\omega = 2 v_{\infty} k / c$, $f = \omega / (2 \pi)$
- Die Werte der Strukturdämpfung γ werden über der Geschwindigkeit v_{∞} aufgetragen.
- Flattern tritt auf, wenn die Strukturdämpfung positiv wird.
- Die Methode wird auch als *Geschwindigkeits-Dämpfungs-Methode* bezeichnet.
- Da sich für jede reduzierte Frequenz p Eigenwerte ergeben, ergeben sich p Kurven.
- Welcher Kurve die Werte jeweils zuzuordnen sind, kann z. B. anhand der Eigenvektoren entschieden werden.

2.3 pk-Methode

- Im Gegensatz zur k-Methode werden bei der pk-Methode die Geschwindigkeiten vorgegeben.
- Die pk-Methode führt auf ein Eigenwertproblem mit reellen Matrizen.
- Eigenwertproblem:
 - Mit $[Q^R(\lambda)]_p = \Re [Q(\lambda)]_p$, $[Q^I(\lambda)]_p = \Im [Q(\lambda)]_p$

lautet die Flattergleichung:

$$\left(\lambda^2 [M]_p - i q_\infty [Q^I(\lambda)]_p + [K]_p - q_\infty [Q^R(\lambda)]_p \right) [U]_p = [0]$$

2.3 pk-Methode

- Für die komplexen Eigenwerte gilt: $\lambda = a + i\omega$
- Von Interesse sind die Stellen, an denen der Realteil a in Abhängigkeit von der Fluggeschwindigkeit einen Nulldurchgang hat.
- Die aerodynamische Matrix wird daher für $\lambda = i\omega$ berechnet.
- Für $a = 0$ gilt außerdem: $i = \lambda/\omega$
- Damit lautet die Flattergleichung:

$$\left(\lambda^2 [M]_p - \lambda \frac{q_\infty}{\omega} [Q^I(i\omega)]_p + [K]_p - q_\infty [Q^R(i\omega)]_p \right) [U]_p = [0]$$

2.3 pk-Methode

- Mit $\omega = 2v_\infty k/c$ folgt:

$$\left(\lambda^2 [M]_p - \lambda \frac{q_\infty c}{2v_\infty} \frac{1}{k} [Q^I(k)]_p + [K]_p - q_\infty [Q^R(k)]_p \right) [U]_p = [0]$$

- Für vorgegebene Werte von v_∞ und ρ ist das ein reelles quadratisches Eigenwertproblem für λ .
- Mit $[V]_p = -\lambda [M]_p [U]_p$ folgt daraus das in λ lineare Eigenwertproblem

$$\begin{bmatrix} [0]_p & -[M]_p^{-1} \\ [K]_p - q_\infty [Q^R(k)]_p & \frac{q_\infty c}{2v_\infty} \frac{1}{k} [Q^I(k)]_p [M]_p^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [U]_p \\ [V]_p \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} [U]_p \\ [V]_p \end{bmatrix}$$

2.3 pk-Methode

- Lösungsalgorithmus:
 - Geschwindigkeit v_∞ und Massendichte ρ werden vorgegeben.
 - Das Eigenwertproblem wird für $k = 0$ gelöst. Es ergeben sich $2p$ Eigenwerte, wobei komplexe Eigenwerte als komplex konjugierte Paare auftreten:

$$\lambda_n = a_n \pm i \omega_n$$

- Für reelle Eigenwerte gilt $\omega_n = 0$ und damit wie vorausgesetzt $k_n = 0$. Positive reelle Eigenwerte zeigen statische Divergenz an.

2.3 pk-Methode

- Die komplexen Eigenwerte werden nach aufsteigendem ω_n sortiert.
- Für jeden komplexen Eigenwert wird folgendermaßen iteriert:

- Start: $k_n^{(0)} = \frac{\omega_n c}{2 v_\infty}$

- Iteration:

- Lösung des Eigenwertproblems für $k = k_n^{(i)}$ → Eigenwerte λ_{mn}
- Neue reduzierte Frequenz:

$$\omega_{mn} = \Im(\lambda_{mn}) \rightarrow k_n^{(i+1)} = \frac{\omega_{mn} c}{2 v_\infty}$$

- Konvergenztest: $|k_n^{(i+1)} - k_n^{(i)}| < \varepsilon$?

2.3 pk-Methode

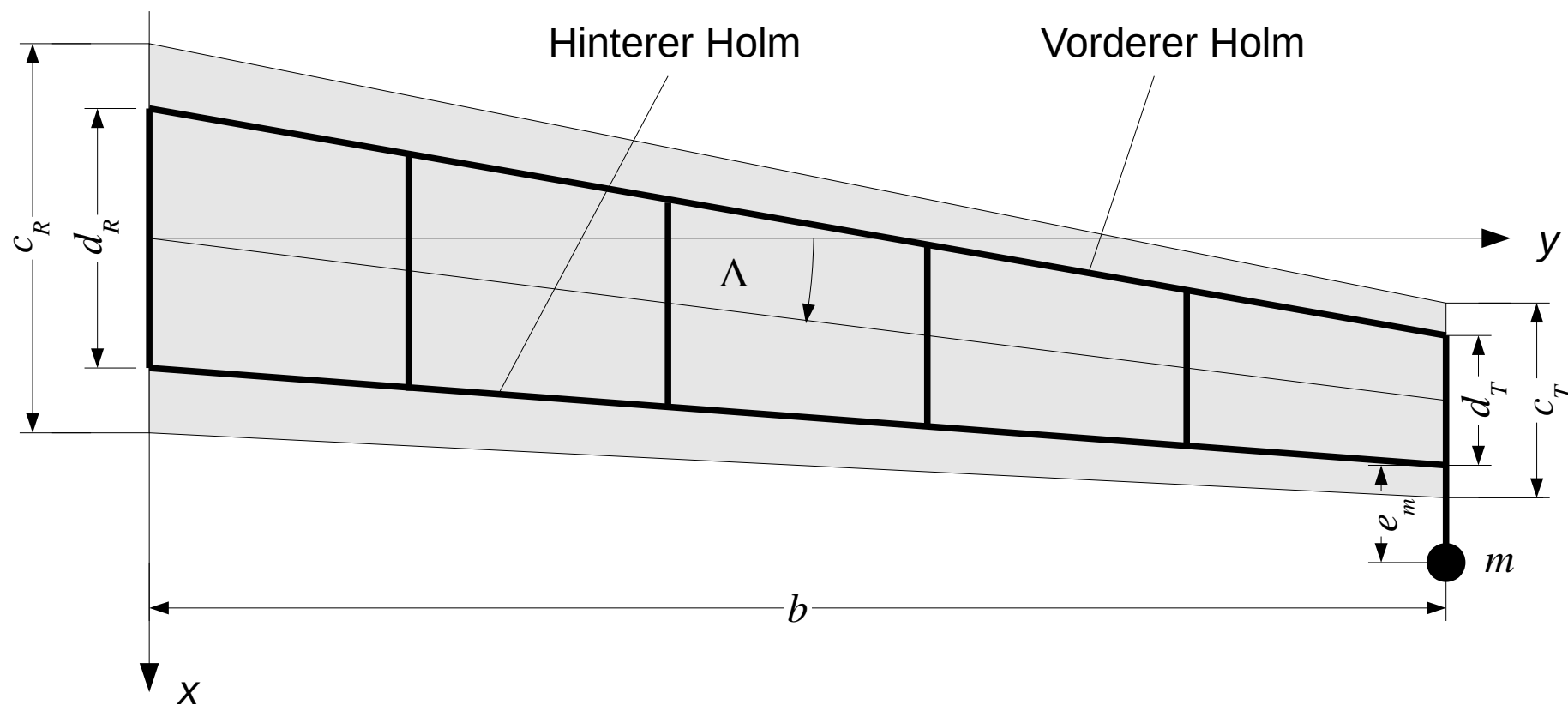
- Die Zuordnung der Eigenwerte kann wie bei der k-Methode anhand der Eigenvektoren kontrolliert werden.
- Auswertung:
 - Die Werte des Realteils a werden über der Geschwindigkeit v_∞ aufgetragen.
 - Flattern tritt auf, wenn der Realteil positiv wird.

2.4 Beispiel

- Am Beispiel eines nach hinten gepfeilten Flügels wird die Flutteranalyse nach der k-Methode mit der Flutteranalyse nach der pk-Methode verglichen.
- Modellierung:
 - Die Struktur des Flügels wird durch ein Balkenmodell abgebildet.
 - Das Balkenmodell besteht aus dem vorderen Holm, dem hinteren Holm und Rippen zwischen den Holmen.
 - Daten:
 - Geschwindigkeitsbereich: 20 m/s bis 70 m/s
 - Dichte der Luft: 1,21 kg/m³

2.4 Beispiel

- Geometrie:



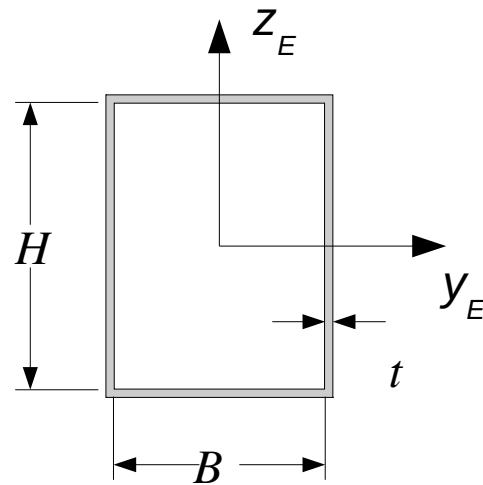
2.4 Beispiel

- Abmessungen:
 - $b = 10 \text{ m}$, $\Lambda = 10^\circ$
 - $c_R = c_{ref} = 3 \text{ m}$, $c_T = 1,5 \text{ m}$
 - $d_R = 2 \text{ m}$, $d_T = 1 \text{ m}$
 - $e_m = 0,6 \text{ m}$
- Materialdaten:
 - $E = 70000 \text{ MPa}$
 - $\nu = 0,34$
 - $\rho = 2,7 \text{ kg/m}^3$
- Zusatzmasse:
 - $m = 5 \text{ kg}$
- Mithilfe der Zusatzmasse lässt sich die Flattergeschwindigkeit einstellen.
- Diskretisierung:
 - Balkenlänge ca. $0,5 \text{ m}$
 - 20 Panels in x -Richtung mit symmetrischer Kosinus-Verteilung
 - 45 Panels in y -Richtung mit zur Flügelspitze abnehmender Kosinus-Verteilung

2.4 Beispiel

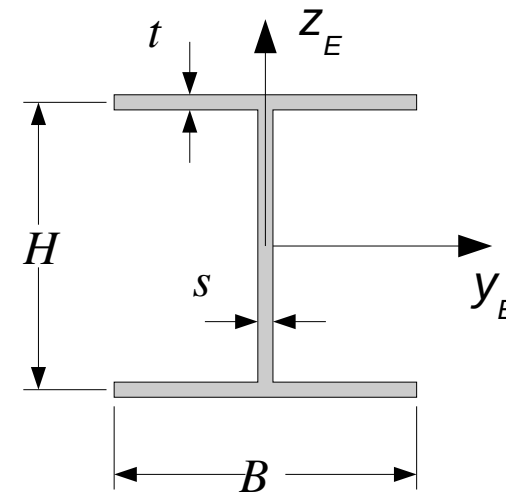
- Balkenquerschnitte:

Holme:



$$B = 200 \text{ mm}, H = 200 \text{ mm}$$
$$t = 1 \text{ mm}$$

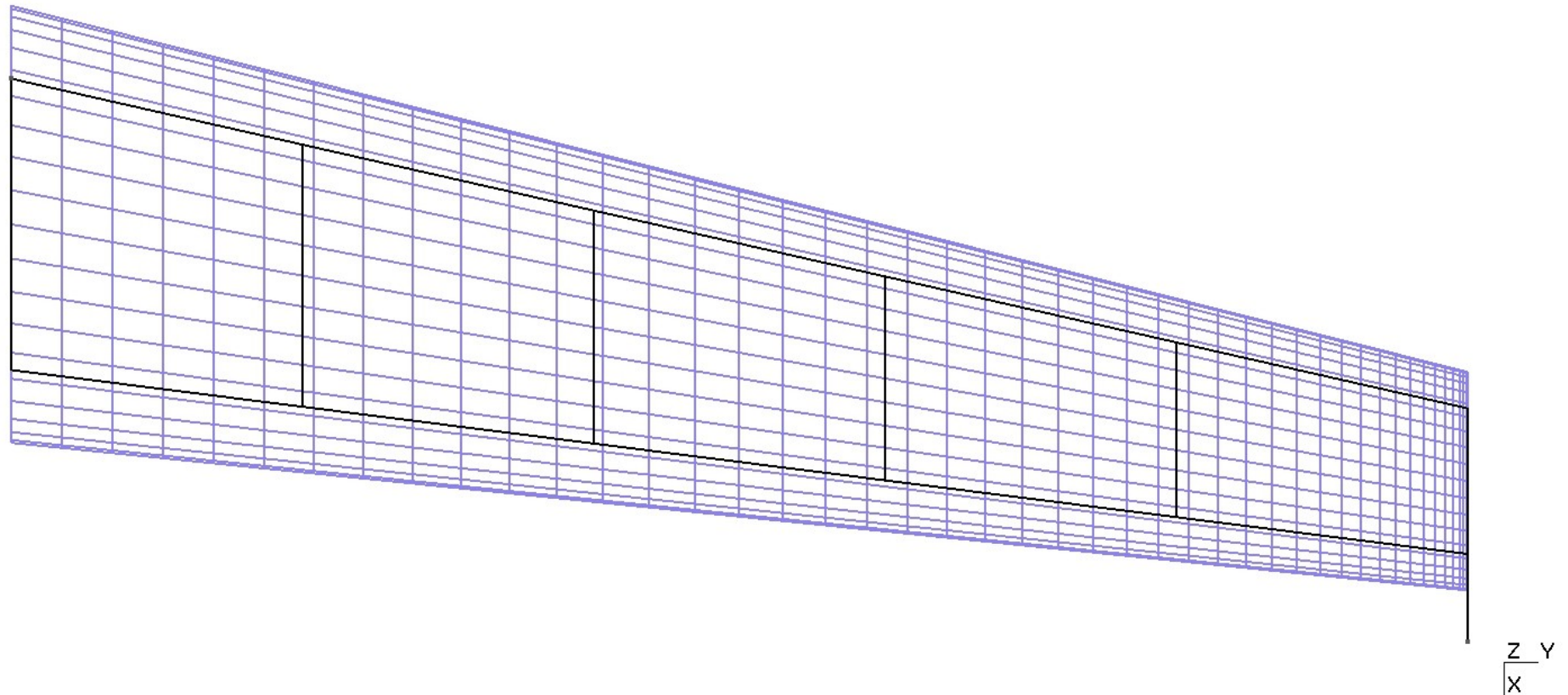
Rippen:



$$B = 100 \text{ mm}, H = 200 \text{ mm}$$
$$t = 2 \text{ mm}, s = 2 \text{ mm}$$

2.4 Beispiel

- Diskretisierung:



2.4 Beispiel

- Splines:
 - Mit 10 äquidistanten Spline-Punkten ergibt sich eine gute Approximation der Eigenschwingungen.

2.4 Beispiel

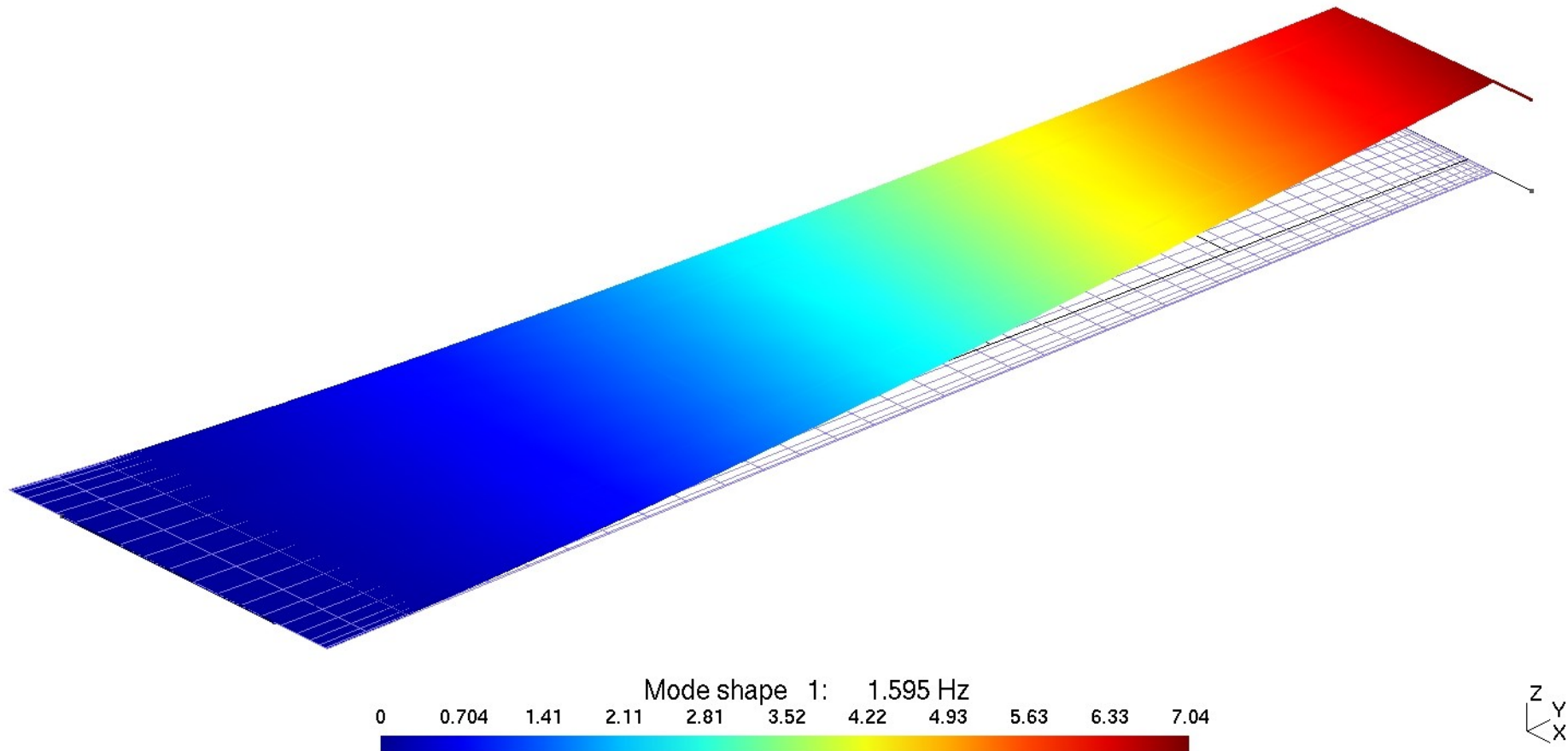
- Eigenschwingungen:
 - Für die modale Reduktion werden die ersten 15 Eigenschwingungen verwendet.
 - Die wesentlichen Schwingungen sind:

1. vertikale Biegeschwingung	1,60 Hz
1. Torsionsschwingung	8,76 Hz
2. Torsionsschwingung	12,4 Hz
3. Torsionsschwingung	26,1 Hz

- Daneben treten Torsionsschwingungen der Balken und Schwingungen in der Flügelebene auf.

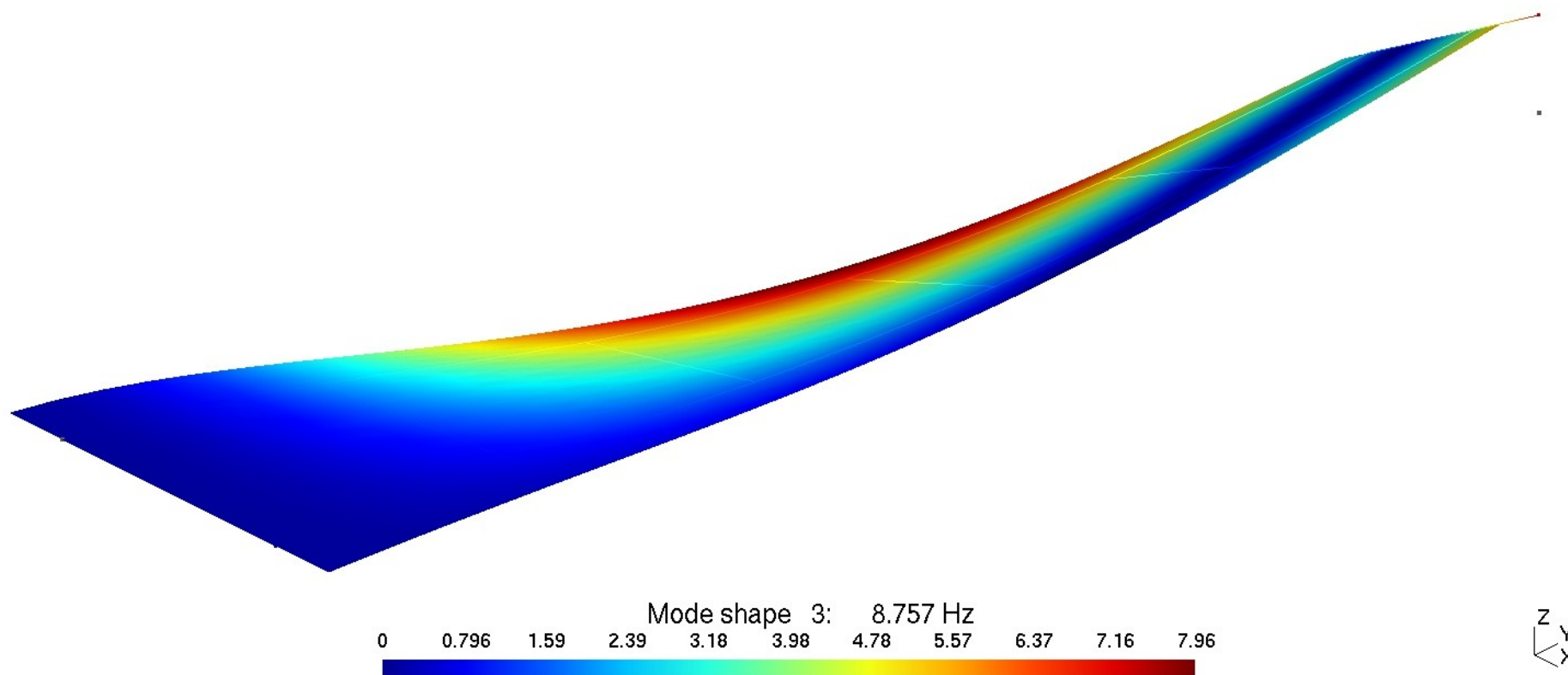
2.4 Beispiel

- 1. vertikale Biegeschwingung:



2.4 Beispiel

- 1. Torsionsschwingung:



2.4 Beispiel

- k-Methode:
 - Auswahl der reduzierten Frequenzen:
 - Eine erste Auswahl der reduzierten Frequenzen erfolgt anhand der Eigenfrequenzen und dem Geschwindigkeitsbereich:

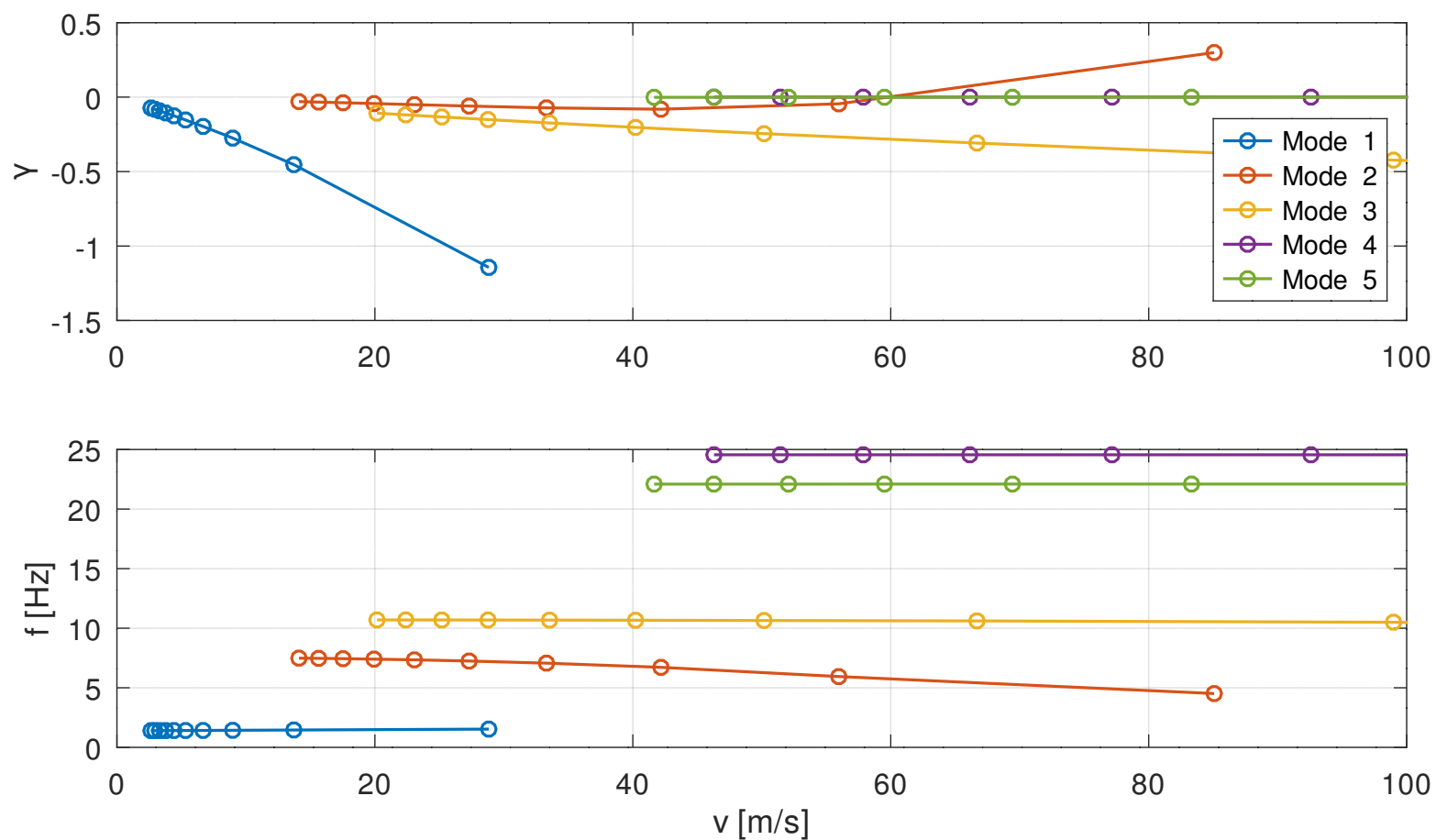
$$k_{min} = \frac{\omega_{min} c_{ref}}{2 v_{max}} = \frac{\pi f_{min} c_{ref}}{v_{max}} = \frac{\pi \cdot 1,6 \text{ Hz} \cdot 3 \text{ m}}{70 \text{ m/s}} = 0,2$$

$$k_{max} = \frac{\pi f_{max} c_{ref}}{v_{min}} = \frac{\pi \cdot 26,1 \text{ Hz} \cdot 3 \text{ m}}{20 \text{ m/s}} = 12,3$$

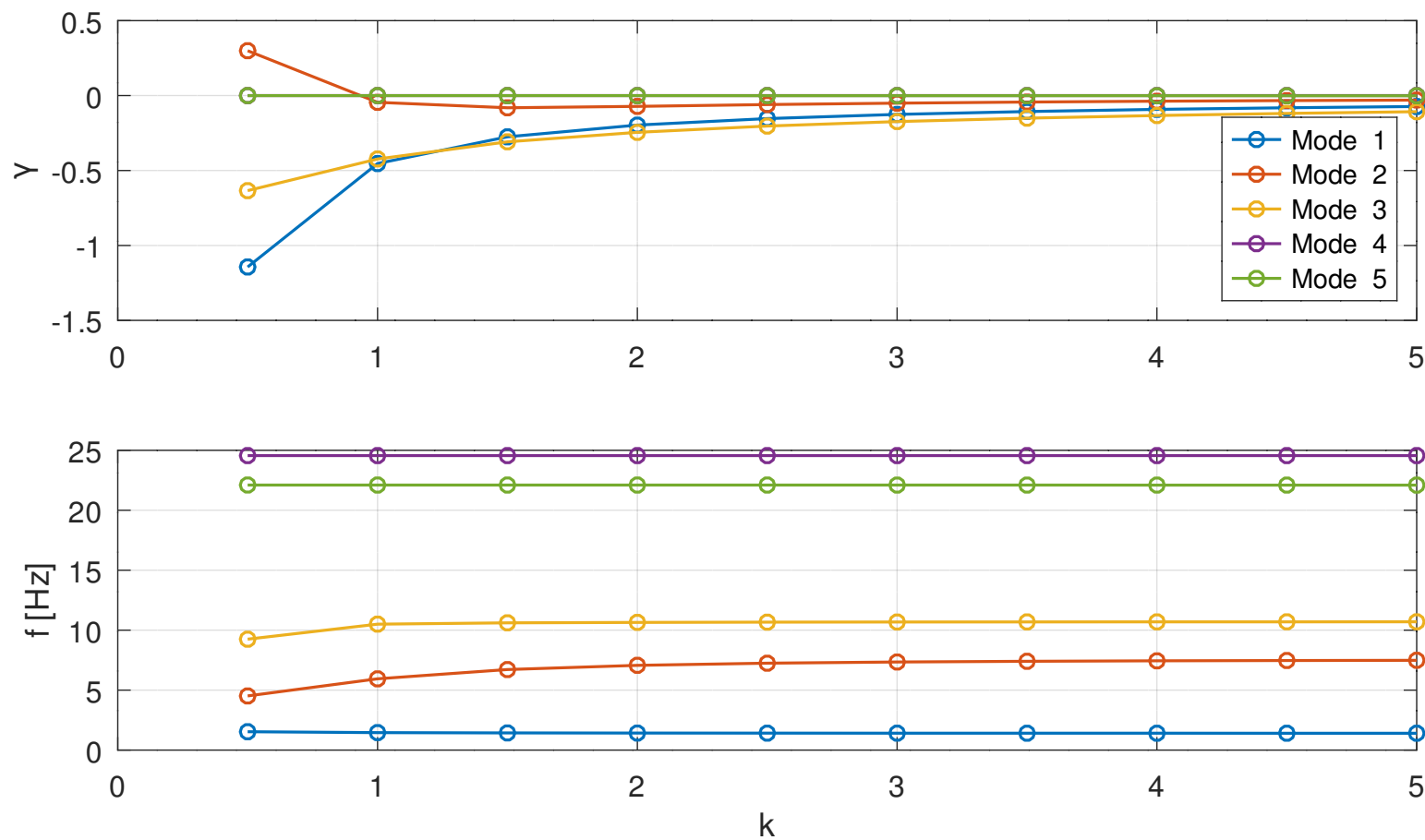
- Für die erste Analyse werden reduzierte Frequenzen von 0,5 bis 5,0 in Schritten von 0,5 vorgegeben.

2.4 Beispiel

- Ergebnisse der ersten Analyse:



2.4 Beispiel



2.4 Beispiel

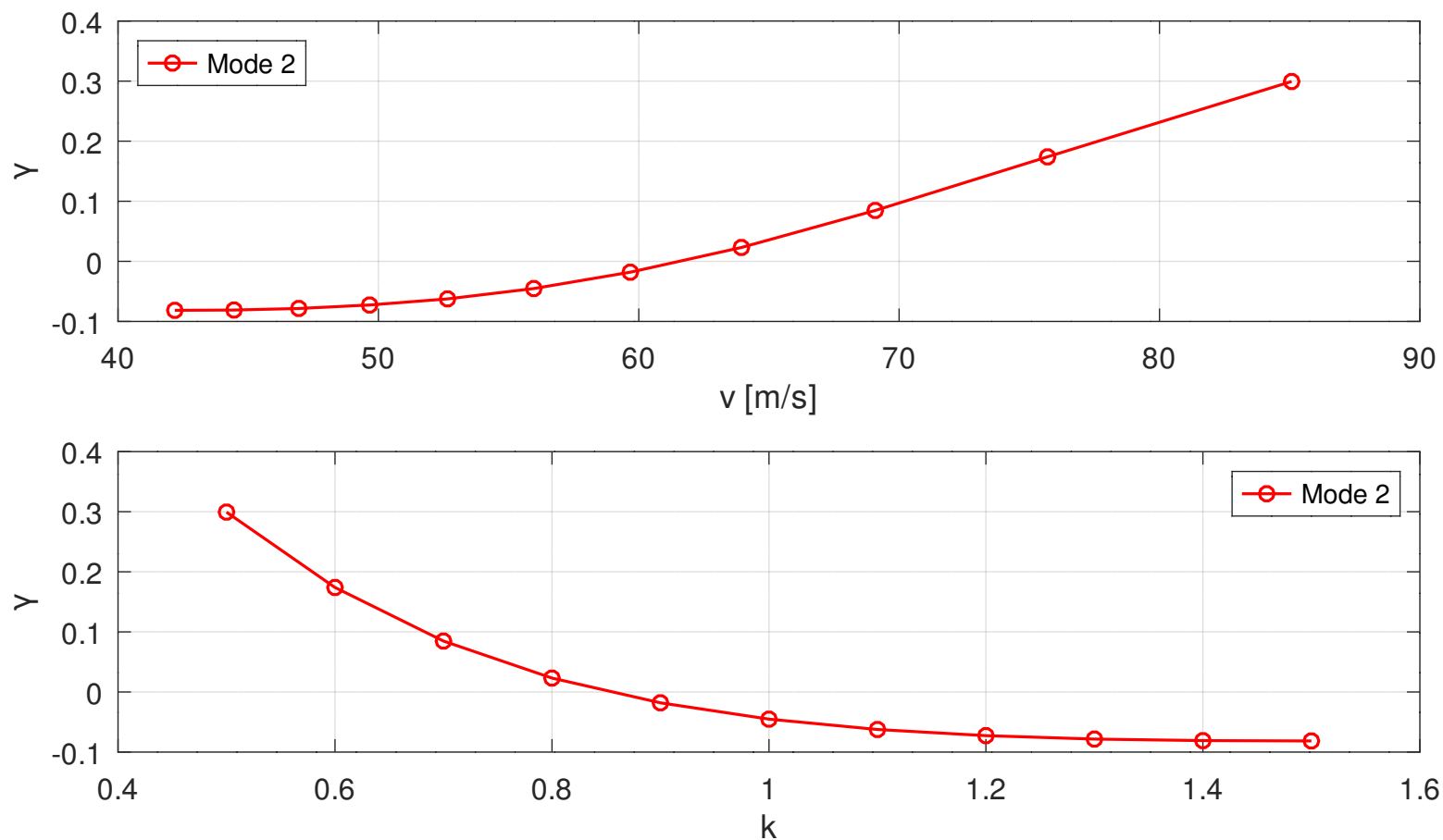
- Mode 2 wird instabil: Der Verlustfaktor hat einen Nulldurchgang zwischen den reduzierten Frequenzen 0,5 und 1,0, bei einer Geschwindigkeit von ca. 60 m/s.
- Für die Moden 4 und 5 ist der Verlustfaktor nahezu null:
 - Die Werte sind alle negativ.
 - Die Frequenzen ändern sich nur sehr wenig mit der reduzierten Frequenz und sind fast identisch mit Eigenfrequenzen der Struktur.
 - Das deutet darauf hin, dass die Strömung auf diese Moden wenig Einfluss hat.
- Die nicht dargestellten Moden sind im zu untersuchenden Geschwindigkeitsbereich alle stabil.

2.4 Beispiel

- Reduzierte Frequenzen für die zweite Analyse:
 - In der zweiten Analyse wird der Bereich um die reduzierte Frequenz von 1,0 genauer untersucht.
 - Gewählt werden reduzierte Frequenzen von 0,5 bis 1,5 mit einer Schrittweite von 0,1.
 - Ausgewertet wird nur die zweite Schwingform.

2.4 Beispiel

- Ergebnisse der zweiten Analyse:

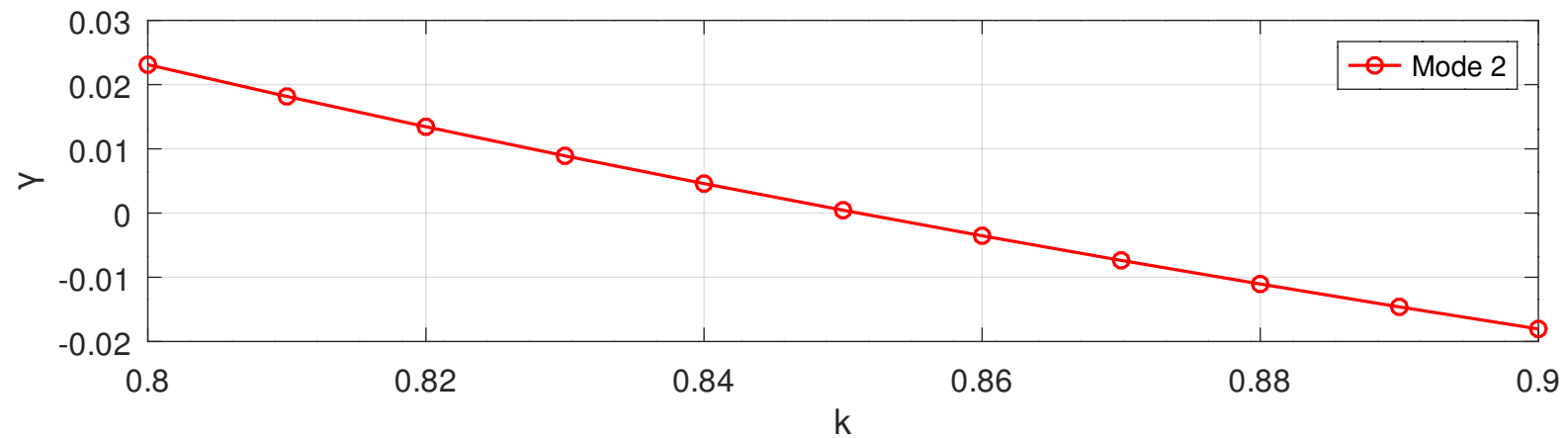
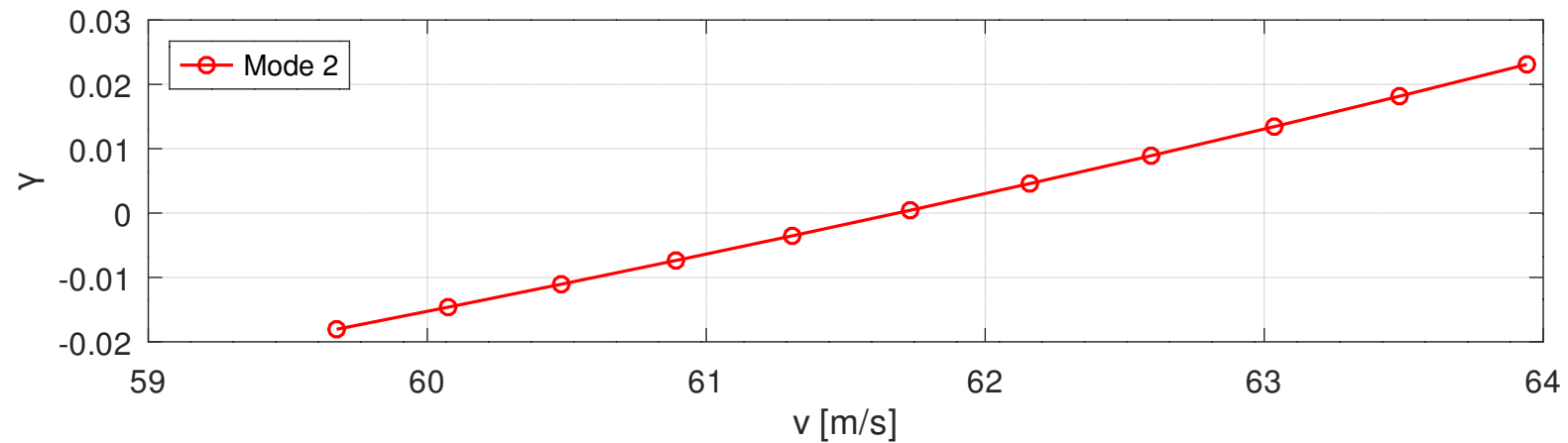


2.4 Beispiel

- Die Diagramme zeigen einen Nulldurchgang der Strukturdämpfung zwischen $k = 0,8$ und $k = 0,9$.
- Reduzierte Frequenzen für die dritte Analyse:
 - In der dritten Analyse wird der Bereich zwischen den reduzierten Frequenzen 0,8 und 0,9 genauer untersucht.
 - Gewählt werden reduzierte Frequenzen von 0,8 bis 0,9 mit einer Schrittweite von 0,01.
 - Ausgewertet wird wieder nur die zweite Schwingform.

2.4 Beispiel

- Ergebnisse der dritten Analyse:



2.4 Beispiel

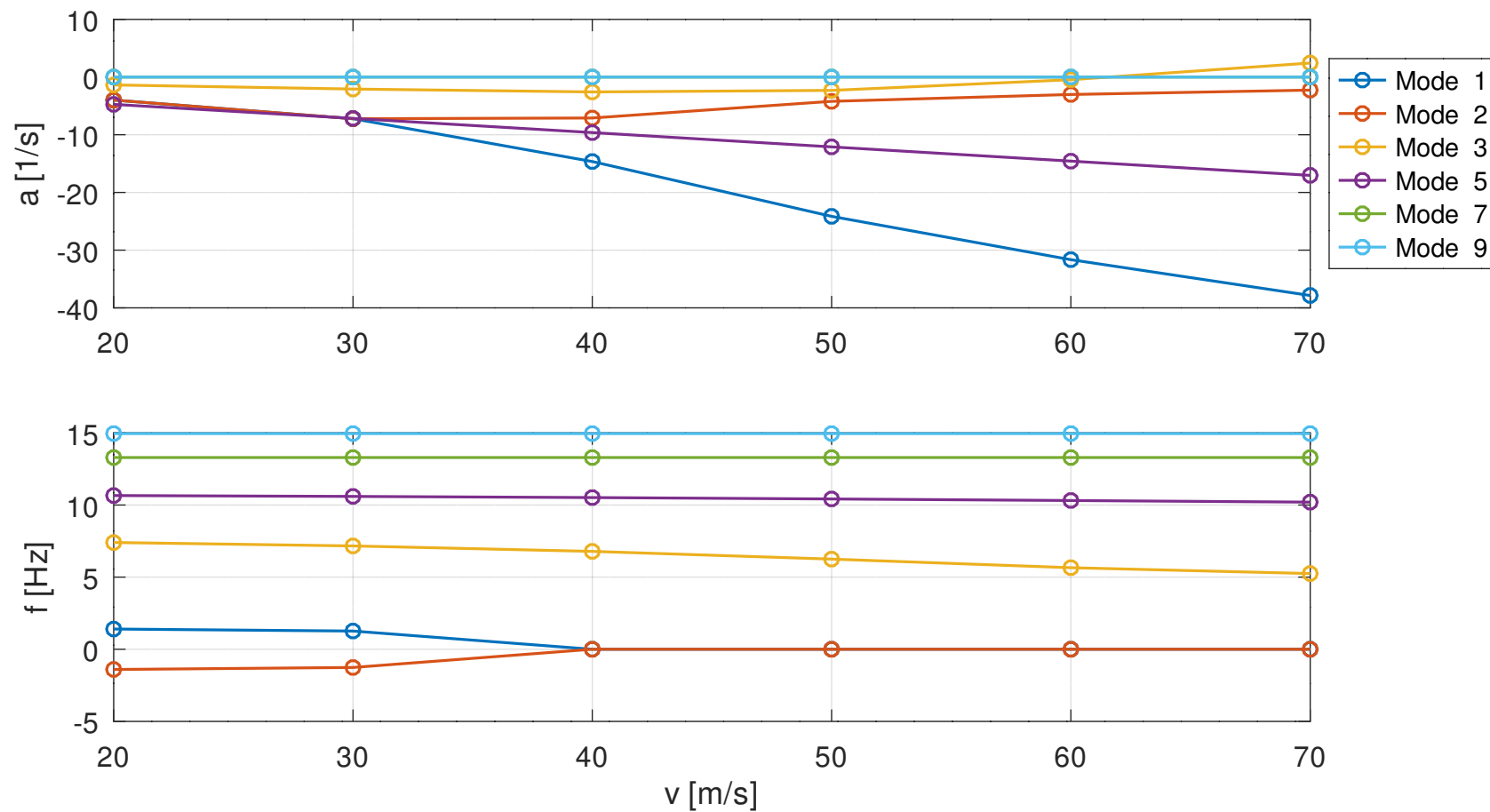
- Die Diagramme zeigen einen Nulldurchgang der Struktur-
dämpfung bei $k \approx 0,85$.
- Die Liste zeigt eine Flattergeschwindigkeit von ca. 61,7 m/s.

Flutter mode 2				
Point:	k	v	g	f
1:	0.800000	6.3942e+04	2.311e-02	5.42753
2:	0.810000	6.3485e+04	1.816e-02	5.45612
3:	0.820000	6.3036e+04	1.343e-02	5.48443
4:	0.830000	6.2594e+04	8.908e-03	5.51243
5:	0.840000	6.2160e+04	4.584e-03	5.54008
6:	0.850000	6.1731e+04	4.400e-04	5.56738
7:	0.860000	6.1308e+04	-3.539e-03	5.59431
8:	0.870000	6.0891e+04	-7.367e-03	5.62087
9:	0.880000	6.0480e+04	-1.106e-02	5.64709
10:	0.890000	6.0075e+04	-1.462e-02	5.67298
11:	0.900000	5.9675e+04	-1.805e-02	5.69857

2.4 Beispiel

- pk-Methode
 - In der ersten Analyse wird der Geschwindigkeitsbereich von 20 m/s bis 70 m/s in Schritten von 10 m/s untersucht.
 - Das Diagramm auf der folgenden Seite zeigt:
 - Schwingungen mit von null verschiedener Frequenz treten als komplex konjugierte Paare auf, d. h. einmal mit positiver und einmal mit negativer Frequenz.
 - Die Frequenz des ersten Schwingungspaares ist ab einer Geschwindigkeit von 40 m/s null. Die zugehörigen Dämpfungskurven spalten sich in zwei Kurven auf.
 - Das zweite Schwingungspaar (Schwingungen 3 und 4) wird bei etwa 60 m/s instabil.

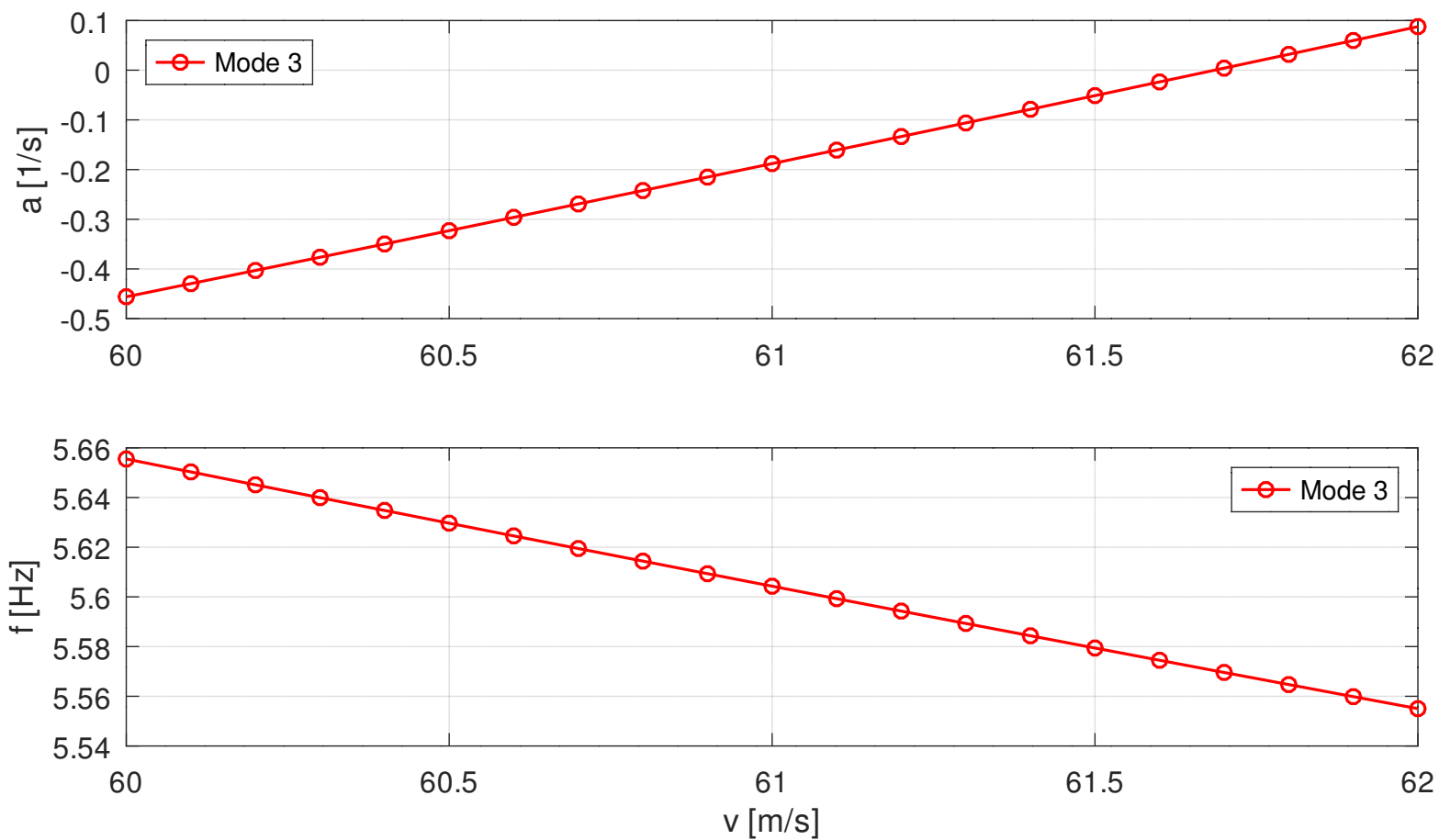
2.4 Beispiel



2.4 Beispiel

- In einer zweiten Analyse wird der Geschwindigkeitsbereich von 60 m/s bis 62 m/s mit einer Schrittweite von 0,1 m/s genauer untersucht.
- Ausgewertet wird nur die dritte Schwingung.
- Das Diagramm auf der nächsten Seite zeigt einen Nulldurchgang des Realteils zwischen 61,6 m/s und 61,7 m/s.
- Die Liste gibt dazu eine Frequenz von 5,57 Hz an.
- Diese Ergebnisse stimmen mit denen der k-Methode überein.

2.4 Beispiel



2.4 Beispiel

- Liste:

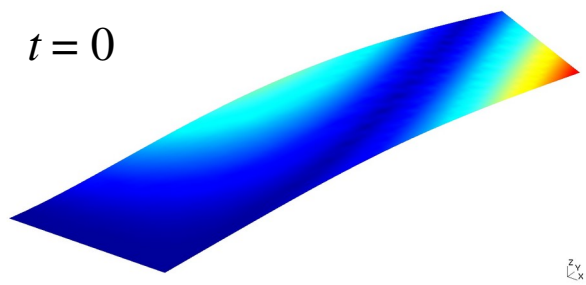
```
Flutter mode 3
```

Point:	v	k	a	f
...
12:	6.1100e+04	0.863699	-1.608e-01	5.59929
13:	6.1200e+04	0.861519	-1.335e-01	5.59429
14:	6.1300e+04	0.859348	-1.062e-01	5.58931
15:	6.1400e+04	0.857187	-7.871e-02	5.58435
16:	6.1500e+04	0.855036	-5.118e-02	5.57941
17:	6.1600e+04	0.852895	-2.358e-02	5.57449
18:	6.1700e+04	0.850765	4.113e-03	5.56959
19:	6.1800e+04	0.848644	3.189e-02	5.56471
20:	6.1900e+04	0.846533	5.974e-02	5.55985
21:	6.2000e+04	0.844431	8.768e-02	5.55501

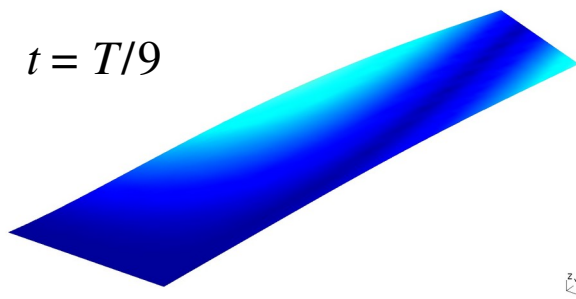
2.4 Beispiel

- Flutterform

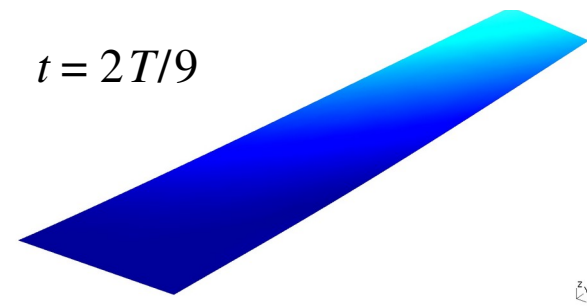
$t = 0$



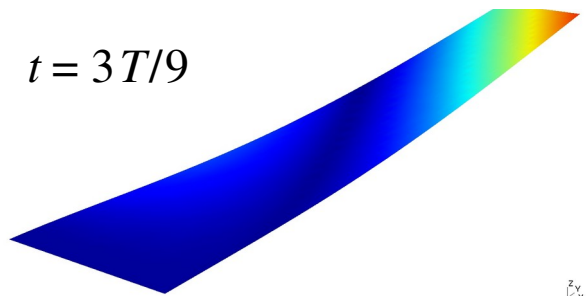
$t = T/9$



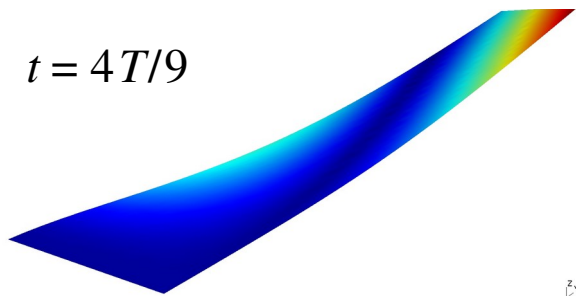
$t = 2T/9$



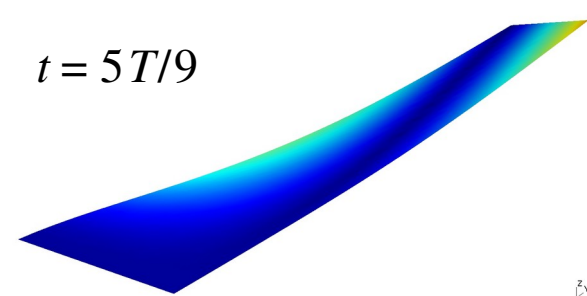
$t = 3T/9$



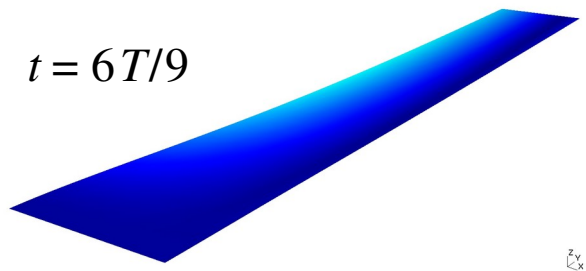
$t = 4T/9$



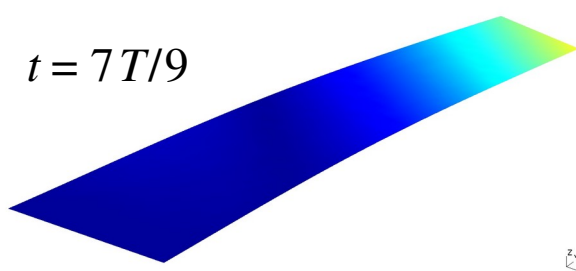
$t = 5T/9$



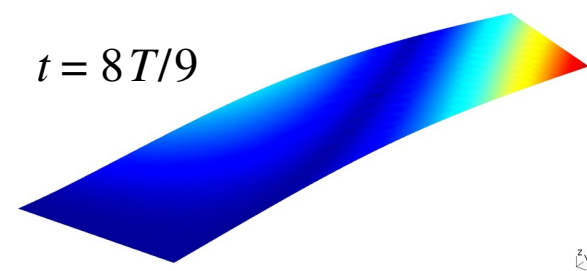
$t = 6T/9$



$t = 7T/9$



$t = 8T/9$



2.4 Beispiel

- Vergleich der Methoden:
 - Beide Methoden liefern die gleiche Flattergeschwindigkeit von 61,7 m/s und die gleiche Frequenz von 5,57 Hz.
 - Beide Methoden liefern die gleiche Flatterform, jedoch mit unterschiedlicher komplexer Skalierung.
 - Die Rechenzeit bei der k-Methode ist etwas kürzer, da das Eigenwertproblem nur einmal pro reduzierter Frequenz aufgestellt und gelöst werden muss.
 - Die Festlegung der reduzierten Frequenzen bei der k-Methode erfordert zusätzliche Untersuchungen. Der interessante Bereich muss durch mehrere Analysen eingegrenzt werden.

2.4 Beispiel

- Die pk-Methode erfordert mehr Rechenzeit, da für jede Geschwindigkeit und jedes Schwingungspaar mehrere Iterationen nötig sind, bei denen das Eigenwertproblem aufgestellt und gelöst werden muss.
- Da bei der pk-Methode die Geschwindigkeiten vorgegeben werden, ist sie leichter anzuwenden und einfacher auszuwerten.
- Die pk-Methode liefert auch bei kompressibler Strömung passende Ergebnisse, da Massendichte, Mach-Zahl und Geschwindigkeit passend vorgegeben werden können.