3.2 Formulierung eines finiten Elements

Aufgaben

Aufgabe 1:

Die Interpolationsfunktionen für ein ebenes dreieckiges finites Element mit linearem Verschiebungsansatz sind:

$$\begin{split} H_{1}(x,y) &= 1 - \frac{\left(y_{3} - y_{2}\right)\left(x - x_{1}\right) - \left(x_{3} - x_{2}\right)\left(y - y_{1}\right)}{2\,A^{E}} \\ H_{2}(x,y) &= \frac{\left(y_{3} - y_{1}\right)\left(x - x_{1}\right) - \left(x_{3} - x_{1}\right)\left(y - y_{1}\right)}{2\,A^{E}} \\ H_{3}(x,y) &= \frac{\left(y_{1} - y_{2}\right)\left(x - x_{1}\right) - \left(x_{1} - x_{2}\right)\left(y - y_{1}\right)}{2\,A^{E}} \end{split}$$

Dabei ist

$$A^{E} = \frac{1}{2} [(x_{2} - x_{1})(y_{3} - y_{1}) - (x_{3} - x_{1})(y_{2} - y_{1})]$$

die Fläche des Dreiecks.

- a) Zeigen Sie, dass die Interpolationsfunktionen die Interpolationsbedingungen $H_k(x_k, y_k)=1$ und $H_k(x_l, y_l)=0$ für $k\neq l$ erfüllen.
- b) Zeigen Sie, dass mit diesen Interpolationsfunktionen die Starrkörperbewegungen exakt wiedergegeben werden können.