

Ein einfacher Approximationsansatz für die Geschwindigkeitspolare eines Segelflugzeugs

Prof. Dr.-Ing. Johannes Wandinger

12. Oktober 2011

1 Einleitung

Die Geschwindigkeitspolare beschreibt den Zusammenhang zwischen der Sinkgeschwindigkeit und der Fluggeschwindigkeit eines Segelflugzeugs und charakterisiert damit seine Flugleistungen. Experimentell lassen sich Punkte auf der Geschwindigkeitspolare im Vergleichsflug oder im Höhenstufenverfahren bestimmen [7].

Für theoretische Untersuchungen oder die Verwendung in Sollfahrtgebern wird ein mathematischer Zusammenhang zwischen Fluggeschwindigkeit und Sinkgeschwindigkeit benötigt. Dazu wird die Geschwindigkeitspolare meist durch eine quadratische Parabel approximiert, die durch drei ausgewählte Punkte verläuft [4]. Dieser Ansatz liefert brauchbare Ergebnisse für den Geschwindigkeitsbereich, der für den Streckensegelflug interessant ist. Er hat allerdings den Nachteil, dass es sich um einen rein mathematischen Ansatz handelt, für den es keine physikalische Begründung gibt.

Im Folgenden wird zunächst ein zweigliedriger Ansatz für die Geschwindigkeitspolare aus aerodynamischen Überlegungen hergeleitet. Dieser Ansatz liefert wie der Parabelansatz gute Ergebnisse im für den Streckenflug relevanten Geschwindigkeitsbereich, hat aber den Vorteil, dass er nur von zwei Parametern abhängt, aus denen sich die beste Gleitzahl und das geringste Sinken einfach ermitteln lassen. Durch eine Erweiterung auf einen dreigliedrigen Ansatz gelingt auch eine Approximation im Bereich niedriger Geschwindigkeiten.

2 Geschwindigkeitspolare und Widerstandspolare

Die Geschwindigkeitspolare kann aus der Widerstandspolare berechnet werden, sofern diese bekannt ist.

Im stationären Flug folgt aus dem Kräftegleichgewicht in x - und y -Richtung (vgl. Abbildung 1)

$$G \sin(\gamma) = W = \frac{1}{2} c_W \rho v^2 S \quad (1)$$

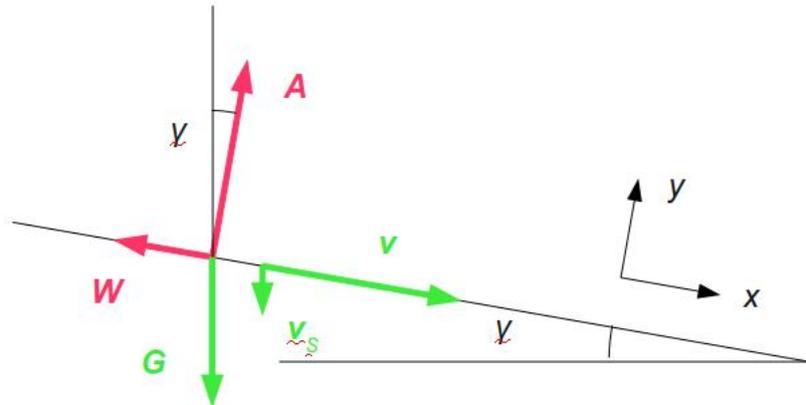


Abbildung 1: Stationärer Flugzustand

und

$$G \cos(\gamma) = A = \frac{1}{2} c_A \rho v^2 S . \quad (2)$$

Dabei ist G die Gewichtskraft, γ der Gleitwinkel, ρ die Massendichte der Luft, c_W der Widerstandsbeiwert, c_A der Auftriebsbeiwert und S die Bezugsfläche.

Division von Gleichung (1) durch Gleichung (2) ergibt

$$\tan(\gamma) = \frac{c_W}{c_A} . \quad (3)$$

Aus Gleichung (2) folgt

$$c_A = 2 \frac{G \cos(\gamma)}{\rho S} \frac{1}{v^2} . \quad (4)$$

Aus Abbildung 1 kann

$$v_S = v \sin(\gamma) \quad (5)$$

abgelesen werden. Da der Gleitwinkel γ klein ist, gilt $\sin(\gamma) \approx \tan(\gamma) \approx \gamma$ sowie $\cos(\gamma) \approx 1$ und damit

$$c_A = \frac{2G}{\rho S} \frac{1}{v^2} \quad (6)$$

sowie

$$v_S = v \gamma = v \frac{c_W}{c_A} = c_W \frac{\rho S}{2G} v^3 . \quad (7)$$

Mit der Bezugsgeschwindigkeit

$$v_{ref} = \sqrt{\frac{2G}{\rho S}} \quad (8)$$

lässt sich Gleichung (7) in der dimensionslosen Form

$$V_S = c_W V^3 \quad (9)$$

schreiben. Dabei wurden die dimensionslosen Geschwindigkeiten $V = v/v_{ref}$ und $V_S = v_S/v_{ref}$ eingeführt. Die dimensionslose Form von Gleichung (6) lautet

$$c_A = \frac{1}{V^2} . \quad (10)$$

Der Widerstand setzt sich zusammen aus dem Formwiderstand und dem induzierten Widerstand. Mit dem Formwiderstandsbeiwert c_{WF} und einer von der Geometrie des Tragflügels abhängigen Konstanten k gilt (siehe z.B. [1], [5])

$$c_W = c_{WF} + kc_A^2 . \quad (11)$$

Einsetzen der Gleichungen (10) und (11) in Gleichung (9) ergibt

$$V_S = c_{WF}V^3 + \frac{k}{V} . \quad (12)$$

Diese Gleichung dient als Ausgangspunkt für die Entwicklung der Approximationsansätze.

3 Approximationsansätze

3.1 Zweigliedriger Ansatz

Gleichung (12) zeigt, dass die Sinkgeschwindigkeit für höhere Geschwindigkeiten im Wesentlichen vom Formwiderstandsbeiwert c_{WF} abhängt. Bei höheren Geschwindigkeiten ist wegen Gleichung (10) der Auftriebsbeiwert klein. Da sich der Widerstandsbeiwert für kleine Auftriebsbeiwerte meist nur wenig ändert, wenn sich der Auftriebsbeiwert ändert, liegt der folgende Ansatz für die Geschwindigkeitspolare nahe:

$$V_S \approx C_1V^3 + \frac{C_2}{V} \quad (13)$$

Für die dimensionsbehafteten Geschwindigkeiten lautet der Ansatz

$$v_S \approx c_1v^3 + \frac{c_2}{v} . \quad (14)$$

Die Konstanten C_1 und C_2 bzw. c_1 und c_2 werden so bestimmt, dass die Summe der Quadrate der gewichteten Residuen minimal wird. Die Lösung dieses Ausgleichsproblems wird in Abschnitt 3.3 beschrieben.

Die Beispiele in Abschnitt 4 zeigen, dass der Ansatz für Geschwindigkeiten oberhalb der Geschwindigkeit des geringsten Sinkens gute Ergebnisse liefert.

Mit dem Ansatz (13) lassen sich die Geschwindigkeiten V_G des besten Gleitens und V_m des geringsten Sinkens leicht berechnen. Für den Gleitwinkel γ gilt

$$\gamma = \frac{V_S}{V} = C_1V^2 + \frac{C_2}{V^2} . \quad (15)$$

Der Gleitwinkel wird minimal für

$$0 = \frac{d\gamma}{dV} = 2C_1V_G - 2\frac{C_2}{V_G^3} . \quad (16)$$

Daraus folgt für die Geschwindigkeit V_G des besten Gleitens

$$V_G = \sqrt[4]{\frac{C_2}{C_1}} . \quad (17)$$

Der zugehörige Gleitwinkel berechnet sich zu

$$\gamma_{min} = C_1\sqrt{\frac{C_2}{C_1}} + C_2\sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = 2\sqrt{C_1C_2} . \quad (18)$$

Für die beste Gleitzahl E_{opt} folgt

$$E_{opt} = \frac{1}{\gamma_{min}} = \frac{1}{2\sqrt{C_1C_2}} . \quad (19)$$

Die Geschwindigkeit V_m des geringsten Sinkens berechnet sich aus der Bedingung

$$0 = \frac{dV_S}{dV} = 3C_1V_m^2 - \frac{C_2}{V_m^2} \quad (20)$$

zu

$$V_m = \sqrt[4]{\frac{C_2}{3C_1}} = \frac{V_G}{\sqrt[4]{3}} = 0,76V_G . \quad (21)$$

Die Geschwindigkeit des geringsten Sinkens beträgt also unabhängig vom Flugzeugtyp etwa 75% der Geschwindigkeit des besten Gleitens.

Mithilfe der Gleichungen (17) und (19) lassen sich die Koeffizienten C_1 und C_2 auch aus der Geschwindigkeit V_G des besten Gleitens und der besten Gleitzahl E_{opt} berechnen. Zunächst folgt aus Gleichung (17)

$$C_1V_G^4 = C_2 \quad (22)$$

und aus Gleichung (19)

$$C_1C_2 = \frac{1}{4E_{opt}^2} . \quad (23)$$

Auflösen nach den Koeffizienten ergibt

$$C_1 = \frac{1}{2V_G^2E_{opt}} \text{ und } C_2 = \frac{V_G^2}{2E_{opt}} . \quad (24)$$

Damit gilt für die Sinkgeschwindigkeit

$$\frac{V_S}{V} = \frac{1}{2E_{opt}} \left[\left(\frac{V}{V_G} \right)^2 + \left(\frac{V_G}{V} \right)^2 \right] \quad (25)$$

und für den Gleitwinkel

$$\frac{\gamma}{\gamma_{min}} = \frac{E_{opt}}{E} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{V}{V_G} \right)^2 + \left(\frac{V_G}{V} \right)^2 \right] . \quad (26)$$

3.2 Dreigliedriger Ansatz

Bei niedrigen Flugeschwindigkeiten ist ein hoher Auftriebsbeiwert nötig. Dabei steigt der Widerstandsbeiwert stark an. Um diesen Anstieg zu erfassen, wird für den Formwiderstandsbeiwert c_{WF} der Ansatz

$$c_{WF} \approx c_{W1} + \frac{c_{W2}}{(c_A - c_P)^2} \quad (27)$$

mit den Konstanten c_{W1} , c_{W2} und dem Pol c_P gemacht. Mit

$$c_A = \frac{1}{V^2}$$

und

$$c_P = \frac{1}{V_P^2} \quad (28)$$

folgt

$$c_{WF} = c_{W1} + \frac{c_{W2}}{\left(\frac{1}{V^2} - \frac{1}{V_P^2}\right)^2} = c_{W1} + c_{W2} \left(\frac{V_P^2 V^2}{V_P^2 - V^2}\right)^2. \quad (29)$$

Einsetzen von Gleichung (29) in Gleichung (11) und anschließend in Gleichung (9) ergibt

$$V_S = c_{W1} V^3 + c_{W2} \left(\frac{V_P^2 V^2}{V_P^2 - V^2}\right)^2 V^3 + \frac{k}{V}. \quad (30)$$

Das führt auf den dreigliedrigen Ansatz

$$V_S \approx C_1 V^3 + \frac{C_2}{V} + C_3 \left(\frac{V_P^2 V^2}{V_P^2 - V^2}\right)^2 V^3 \quad (31)$$

bzw.

$$v_S \approx c_1 v^3 + \frac{c_2}{v} + c_3 \left(\frac{v_P^2 v^2}{v_P^2 - v^2}\right)^2 v^3. \quad (32)$$

Die Polgeschwindigkeiten V_P bzw. v_P werden vorgegeben. Sie müssen unterhalb der Mindestgeschwindigkeit liegen. Die Koeffizienten C_1 bis C_3 bzw. c_1 bis c_3 werden wieder durch die Lösung eines Ausgleichsproblems bestimmt.

Die Beispiele in Abschnitt 4 zeigen, dass sich mit dem dreigliedrigen Ansatz eine hervorragende Übereinstimmung für den gesamten Geschwindigkeitsbereich erreichen lässt. Die Lage der Polgeschwindigkeiten wurde dabei von Hand angepasst.

3.3 Lösung des Ausgleichsproblems

Sowohl der zweigliedrige als auch der dreigliedrige Ansatz lassen sich in der Form

$$V_S(V) = \mathbf{f}(V)\mathbf{c} \quad (33)$$

mit

$$\mathbf{f} = [f_1(V) \quad \dots \quad f_m(V)] \quad (34)$$

und

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix} \quad (35)$$

schreiben. Für den zweigliedrigen Ansatz gilt $m = 2$ und für den dreigliedrigen $m = 3$. Die Funktionen lauten

$$f_1(V) = V^3, \quad f_2(V) = \frac{1}{V}, \quad f_3(V) = \left(\frac{V_P^2 V^2}{V_P^2 - V^2} \right)^2 V^3.$$

Die n Messwerte können in der Regel durch einen Ansatz mit $m < n$ Koeffizienten nicht exakt wiedergegeben werden. Daher bleiben die Residuen

$$r_i = \mathbf{f}(V_i)\mathbf{c} - V_{Si}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (36)$$

Die Koeffizienten \mathbf{c} werden so bestimmt, dass die Summe der Quadrate der gewichteten Residuen

$$s(\mathbf{c}) = \sum_{i=1}^n (w_i r_i)^2 \quad (37)$$

minimal wird. Dabei sind die w_i vorgegebene Gewichtungsfaktoren.

Mit den Matrizen

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} w_1 r_1 \\ \vdots \\ w_n r_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} w_1 \mathbf{f}(V_1) \\ \vdots \\ w_n \mathbf{f}(V_n) \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} w_1 V_{S1} \\ \vdots \\ w_n V_{Sn} \end{bmatrix}$$

lautet Gleichung (37):

$$s(\mathbf{c}) = (\mathbf{F}\mathbf{c} - \mathbf{b})^T (\mathbf{F}\mathbf{c} - \mathbf{b}) = \mathbf{c}^T \mathbf{F}^T \mathbf{F} \mathbf{c} - 2\mathbf{c}^T \mathbf{F}^T \mathbf{b} + \mathbf{b}^T \mathbf{b} \quad (38)$$

Der Ausdruck hat ein Minimum für (siehe z.B. [6])

$$\mathbf{F}^T \mathbf{F} \mathbf{c} = \mathbf{F}^T \mathbf{b}. \quad (39)$$

Obwohl Gleichung (39) ein lineares Gleichungssystem mit symmetrischer Matrix ist, empfiehlt sich eine direkte Lösung nicht, da das Gleichungssystem in der Regel sehr schlecht konditioniert ist [6]. Eine stabilere Lösung ergibt sich mithilfe der QR-Zerlegung

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q}\mathbf{R}. \quad (40)$$

Dabei ist \mathbf{Q} eine orthogonale Matrix und \mathbf{R} eine obere Dreiecksmatrix.

Einsetzen der QR-Zerlegung (40) in Gleichung (39) ergibt

$$\mathbf{R}^T \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} \mathbf{R} \mathbf{c} = \mathbf{R}^T \mathbf{Q}^T \mathbf{b}. \quad (41)$$

Wenn die Ansatzfunktionen linear unabhängig sind, ist die Matrix \mathbf{R} regulär. Außerdem gilt

$$\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} = \mathbf{I} . \quad (42)$$

Damit folgt aus Gleichung (41)

$$\mathbf{R} \mathbf{c} = \mathbf{Q}^T \mathbf{b} , \quad (43)$$

woraus sich die Koeffizientenmatrix \mathbf{c} leicht durch Rückwärtseinsetzen berechnen lässt.

4 Beispiele

Die Beispiele wurden mithilfe von `Octave` [3] berechnet. Dabei wurde die Funktion `qr` für die QR-Zerlegung verwendet.

Bei der Bewertung der Approximation muss berücksichtigt werden, dass die im Vergleichsflug gemessenen Werte bei der fotogrammetrischen Messmethode einen Fehler von 2% bis 5% aufweisen [2]. Bei der in [7] beschriebenen sensorischen Messmethode beträgt der Fehler in der Vertikalgeschwindigkeit $0,01m/s$.

4.1 LS1F D-7741

Bei der LS1F mit dem Kennzeichen D-7741 handelt es sich um ein Segelflugzeug, das für die Segelflugweltmeisterschaften in Rääskälä 1976 gebaut wurde. Es unterscheidet sich durch sehr sorgfältig gestaltete Rumpf-Flügel-Übergänge von den anderen Flugzeugen des Typs LS1F. Die Messdaten für die Geschwindigkeitspolare konnten der Lebenslauf-Akte des Flugzeugs entnommen werden. Sie beziehen sich auf eine Flächenbelastung von $330,6N/m^2$.

Beim zweigliedrigen Ansatz wurden die Messwerte im Bereich der besten Gleitzahl stärker gewichtet, um in diesem Geschwindigkeitsbereich eine bessere Übereinstimmung zu erzielen. Beim dreigliedrigen Ansatz wurden alle Messwerte gleich stark gewichtet. Für die Polgeschwindigkeit v_P wurde ein Wert von $13m/s$ gewählt.

Damit ergeben sich die folgenden Werte für die Koeffizienten:

	c_1	c_2	c_3
Zweigliedriger Ansatz:	20.0861	9.27685	
Dreigliedriger Ansatz:	5.51221	5.36708	4.59609
	$10^{-6}s^2/m^2$	m^2/s^2	$10^{-10}s^2/m^2$

Aus der Größenordnung der Koeffizienten kann nicht auf die Beiträge der einzelnen Funktionen geschlossen werden, da sich auch die Größenordnungen der Funktionswerte stark unterscheiden. Bei einer Geschwindigkeit von $30m/s$ ist z. B.

$$\begin{aligned} f_1(30m/s) &= 2.7 \cdot 10^4 m^3/s^3, \\ f_2(30m/s) &= 3.3333 \cdot 10^{-2} s/m \text{ und} \\ f_3(30m/s) &= 1.1689 \cdot 10^9 m^3/s^3 . \end{aligned}$$

Aus den Koeffizienten für den zweigliedrigen Ansatz berechnet sich die Geschwindigkeit des besten Gleitens zu

$$v_G = \sqrt[4]{\frac{9,27685m^2/s^2}{2.00861 \cdot 10^{-5}s^2/m^2}} = 26,07m/s .$$

Für die beste Gleitzahl ergibt sich

$$E_{opt} = \frac{1}{2\sqrt{2.00861 \cdot 10^{-5} \cdot 9,27685}} = 36,63 .$$

Tabelle 1 zeigt einen Vergleich der gemessenen Werte mit den approximierten Werten. Für beide Ansätze liegen die Abweichungen in der Größenordnung der Messgenauigkeit. Der dreigliedrige Ansatz liefert eine etwas bessere Übereinstimmung. In der graphischen Darstellung (Abbildung 2) lassen sich die beiden Kurven kaum unterscheiden, und die Messpunkte liegen praktisch auf den durch die Approximationen gegebenen Kurven.

4.2 Mininimbus

Für den Mininimbus standen Messwerte auch für den Langsamflugbereich zur Verfügung. Anhand dieser Daten konnte überprüft werden, wie gut der dreigliedrige Ansatz in der Lage ist, den Langsamflugbereich abzubilden.

Für den zweigliedrigen Ansatz wurden die Messwerte im Langsamflugbereich aus der Anpassung herausgenommen, indem die Gewichte zu null gesetzt wurden. Für den dreigliedrigen Ansatz wurden alle Messwerte gleich gewichtet und eine Polgeschwindigkeit von $60km/h$ verwendet.

Damit ergeben sich die folgenden Werte für die Koeffizienten:

	c_1	c_2	c_3
Zweigliedriger Ansatz:	3.49598	32.567	
Dreigliedriger Ansatz:	3.09848	27.6334	2.7123
	$10^{-7}mh^3/skm^3$	mkm/sh	$10^{-10}mh^3/skm^3$

Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 und Abbildung 3 dargestellt. Ab einer Geschwindigkeit von $85km/h$ liefern beide Ansätze gute Ergebnisse. Mit dem dreigliedrigen Ansatz wird auch der Geschwindigkeitsbereich unterhalb von $85km/h$ gut erfasst, während der zweigliedrige Ansatz hier erwartungsgemäß versagt.

4.3 ASW20

Für die ASW20 standen Messdaten für die einzelnen Klappenstellungen zur Verfügung. Sie beziehen sich auf eine Flächenbelastung von $326N/m^2$.

Die Ergebnisse für eine Approximation mit dem dreigliedrigen Ansatz sind in Tabelle 3 und Abbildung 4 dargestellt. Für alle vier Klappenstellungen kann eine gute Übereinstimmung zwischen den Messwerten und den approximierten Werten festgestellt werden.

5 Bewertung

Bereits mit dem zweigliedrigen Ansatz lässt sich eine gute Anpassung im für den Streckenflug relevanten Geschwindigkeitsbereich erreichen. Der Ansatz kann mithilfe der besten Gleitzahl und der Geschwindigkeit des besten Gleitens geschrieben werden. Dazu müssen diese Daten jedoch mit hoher Genauigkeit vorliegen. Besser ist die Ermittlung der Koeffizienten durch Minimierung der Summe der Fehlerquadrate.

Durch Erweiterung auf einen dreigliedrigen Ansatz gelingt eine gute Anpassung auch für niedrige Geschwindigkeiten. Dabei muss eine Polgeschwindigkeit vorgegeben werden. Der dreigliedrige Ansatz liefert auch im höheren Geschwindigkeitsbereich eine etwas bessere Übereinstimmung als der zweigliedrige Ansatz.

6 Danksagung

Es ist nicht einfach, Messwerte von Polaren zu erhalten. Die Daten für den Minnimbus wurden von Prof. Richard Eppler und die Daten für die ASW20 von Nikolai Kresse zur Verfügung gestellt. Dafür möchte ich mich herzlich bedanken.

Literatur

- [1] J. D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*, 3. Auflage, McGraw-Hill, 2001
- [2] L. Dorn, *Flugleistungsvermessung von Segelflugzeugen im Vergleichsflugverfahren*, Vortrag zum Seminar für Luft- und Raumfahrttechnik, Institut für Flugführung, TU-Braunschweig, 1982
- [3] J. W. Eaton, Octave, <http://www.gnu.org/software/octave>, [27. September 2011]
- [4] H. Reichmann, *Streckensegelflug*, 6. Auflage, Motorbuchverlag, Stuttgart 1985
- [5] H. Schlichting, E. Truckenbrodt, *Aerodynamik des Flugzeuges*, Zweiter Band, 2. Auflage, Springer Verlag 1969
- [6] H. R. Schwarz, H. Rutishauser, E. Stiefel, *Numerik symmetrischer Matrizen*, 2. Auflage, Teubner 1972
- [7] G. Wende, *Ermittlung der Flugleistung von Segelflugzeugen*, Dissertation, Braunschweig 2003

A Tabellen

v	w	v_S			$\Delta v_S/v_S$		E			$\Delta E/E$	
		M	A2	A3	A2	A3	M	A2	A3	A2	A3
20.00	0.50	0.64	0.62	0.63	-2.42	-1.98	31.25	32.02	31.88	2.48	2.02
22.50	1.00	0.64	0.64	0.64	0.17	-0.27	35.16	35.10	35.25	-0.17	0.27
25.00	3.00	0.68	0.68	0.69	0.72	0.90	36.76	36.50	36.44	-0.72	-0.89
27.50	3.00	0.75	0.76	0.76	0.68	1.67	36.67	36.42	36.06	-0.67	-1.64
30.00	2.00	0.86	0.85	0.86	-0.98	0.58	34.88	35.23	34.68	0.99	-0.58
32.50	1.00	0.99	0.97	0.99	-1.52	0.30	32.83	33.33	32.73	1.54	-0.30
35.00	1.00	1.15	1.13	1.15	-2.07	-0.26	30.43	31.08	30.51	2.11	0.26
37.50	1.00	1.33	1.31	1.33	-1.76	-0.15	28.20	28.70	28.24	1.79	0.15
40.00	1.00	1.54	1.52	1.54	-1.47	-0.18	25.97	26.36	26.02	1.49	0.18
42.50	1.00	1.78	1.76	1.78	-1.11	-0.23	23.88	24.14	23.93	1.12	0.23
45.00	1.00	2.05	2.04	2.05	-0.66	-0.22	21.95	22.10	22.00	0.66	0.22
47.50	1.00	2.34	2.35	2.35	0.34	0.33	20.30	20.23	20.23	-0.34	-0.32
50.00	1.00	2.68	2.70	2.68	0.61	0.14	18.66	18.54	18.63	-0.60	-0.14
52.50	1.00	3.06	3.08	3.06	0.76	-0.14	17.16	17.03	17.18	-0.75	0.14
m/s		m/s	m/s	m/s	%	%				%	%

M	Messwerte
A2	Approximation mit zweigliedrigem Ansatz
A3	Approximation mit dreigliedrigem Ansatz

Die Gewichte w wurden nur für den zweigliedrigen Ansatz verwendet. Für den dreigliedrigen Ansatz wurde eine Polgeschwindigkeit v_P von $13m/s$ gewählt.

Tabelle 1: Ergebnisse für die LS1F

v	w	v_S			$\Delta v_S/v_S$		E			$\Delta E/E$	
		M	A2	A3	A2	A3	M	A2	A3	A2	A3
67.50	0.00	0.75	0.59	0.75	-21.33	0.01	25.00	31.78	25.00	27.12	-0.01
70.00	0.00	0.67	0.59	0.67	-12.66	0.35	29.02	33.23	28.92	14.50	-0.35
75.00	0.00	0.62	0.58	0.61	-6.18	-1.03	33.60	35.81	33.95	6.58	1.05
80.00	1.00	0.61	0.59	0.60	-3.92	-1.95	36.43	37.92	37.16	4.08	1.99
85.00	1.00	0.60	0.60	0.60	-0.36	0.19	39.35	39.49	39.28	0.36	-0.19
90.00	1.00	0.62	0.62	0.62	-0.53	-0.65	40.32	40.54	40.59	0.53	0.66
95.00	1.00	0.64	0.64	0.64	0.40	-0.01	41.23	41.07	41.24	-0.40	0.01
100.00	1.00	0.67	0.68	0.67	0.79	0.30	41.46	41.14	41.34	-0.78	-0.30
105.00	1.00	0.72	0.71	0.71	-0.71	-1.17	40.51	40.80	40.99	0.72	1.18
110.00	1.00	0.76	0.76	0.76	0.18	-0.21	40.20	40.13	40.29	-0.18	0.21
115.00	1.00	0.80	0.81	0.81	1.86	1.56	39.93	39.20	39.32	-1.83	-1.53
120.00	1.00	0.88	0.88	0.87	-0.51	-0.72	37.88	38.07	38.15	0.51	0.72
130.00	1.00	1.02	1.02	1.02	-0.14	-0.20	35.40	35.45	35.47	0.14	0.20
140.00	1.00	1.18	1.19	1.19	1.01	1.05	32.96	32.63	32.62	-1.00	-1.04
150.00	1.00	1.38	1.40	1.40	1.23	1.31	30.19	29.83	29.80	-1.22	-1.29
160.00	1.00	1.61	1.64	1.64	1.58	1.66	27.61	27.17	27.15	-1.56	-1.64
165.00	1.00	1.76	1.77	1.77	0.44	0.51	26.04	25.93	25.91	-0.44	-0.51
170.00	1.00	1.90	1.91	1.91	0.48	0.54	24.85	24.73	24.72	-0.48	-0.53
175.00	1.00	2.05	2.06	2.06	0.47	0.51	23.71	23.60	23.59	-0.47	-0.51
180.00	1.00	2.23	2.22	2.22	-0.46	-0.45	22.42	22.52	22.52	0.46	0.45
185.00	1.00	2.42	2.39	2.39	-1.26	-1.27	21.24	21.51	21.51	1.27	1.29
190.00	1.00	2.58	2.57	2.57	-0.41	-0.46	20.46	20.54	20.55	0.42	0.46
km/h		m/s	m/s	m/s	%	%				%	%

- M Messwerte
- A2 Approximation mit zweigliedrigem Ansatz
- A3 Approximation mit dreigliedrigem Ansatz

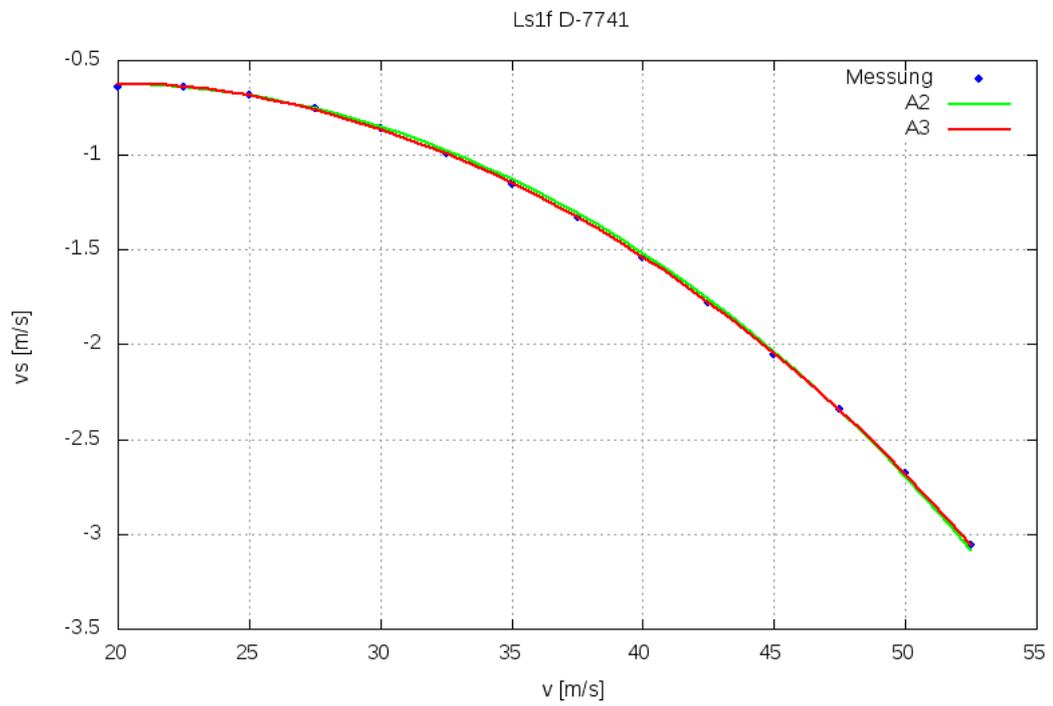
Die Gewichte w wurden nur für den zweigliedrigen Ansatz verwendet. Für den dreigliedrigen Ansatz wurde eine Polgeschwindigkeit v_P von $60km/h$ gewählt.

Tabelle 2: Ergebnisse für den Mininimbus

v	WK1 $v_P = 60.00km/h$			WK2 $v_P = 60.00km/h$			WK3 $v_P = 60.00km/h$			WK4 $v_P = 67.00km/h$		
	v_S			v_S			v_S			v_S		
	M	A3	Diff.									
69.50										0.76	0.75	-0.72
70.00										0.70	0.71	1.25
75.00							0.63	0.64	0.82	0.62	0.61	-1.16
80.00							0.60	0.59	-1.32	0.61	0.61	-0.44
85.00							0.59	0.59	-0.47	0.61	0.62	1.16
90.00							0.61	0.60	-1.22	0.63	0.64	0.99
95.00							0.63	0.63	0.21	0.67	0.66	-0.99
100.00				0.67	0.68	0.91	0.67	0.67	0.08			
110.00				0.75	0.75	-0.13	0.76	0.78	2.07			
120.00				0.88	0.87	-0.74	0.90	0.91	1.50			
123.00	0.91	0.91	-0.15									
130.00	1.00	1.00	0.07	1.03	1.03	-0.11	1.10	1.08	-1.53			
140.00	1.15	1.15	0.25	1.21	1.21	-0.25						
150.00	1.33	1.33	-0.10	1.40	1.40	0.33						
160.00	1.53	1.53	-0.14	1.62	1.62	0.03						
170.00	1.75	1.75	0.08									
180.00	2.00	2.00	-0.00									
km/h	m/s	m/s	%									

Tabelle 3: Ergebnisse für die ASW20

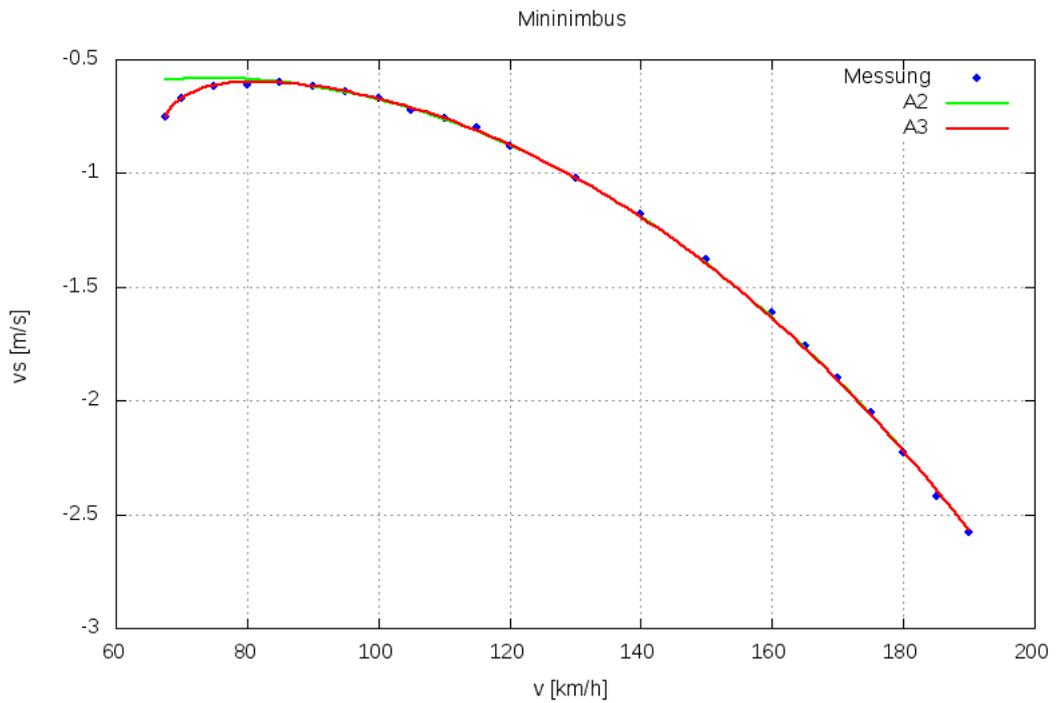
B Abbildungen



A2 Approximation mit zweigliedrigem Ansatz

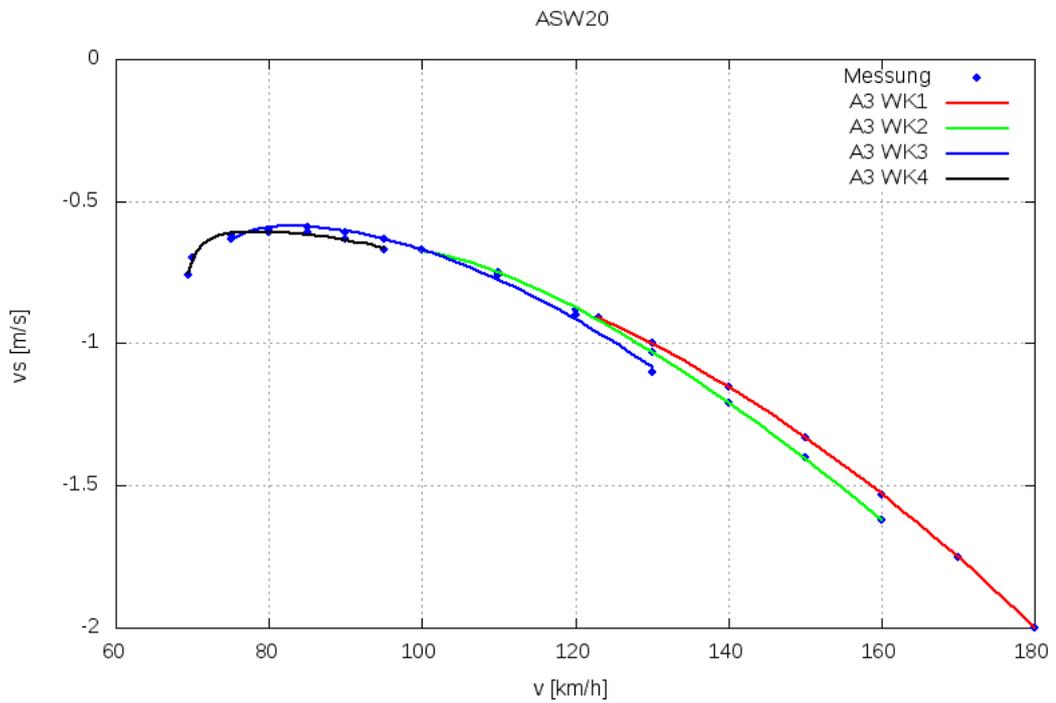
A3 Approximation mit dreigliedrigem Ansatz

Abbildung 2: Vergleich der Polaren der LS1F



A2 Approximation mit zweigliedrigem Ansatz
A3 Approximation mit dreigliedrigem Ansatz

Abbildung 3: Vergleich der Polaren des Minibus



Approximation mit dreigliedrigem Ansatz

Abbildung 4: Vergleich der Polaren der ASW20