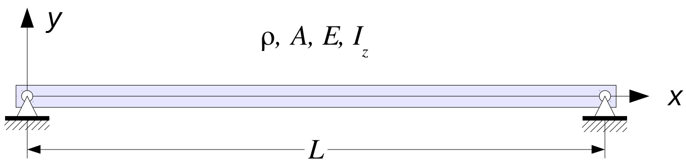
5.2 Modalanalyse

Aufgaben

Aufgabe 1

Für die Eigenfrequenzen der Biegeschwingungen eines beidseitig gelenkig gelagerten ebenen Balkens gilt:

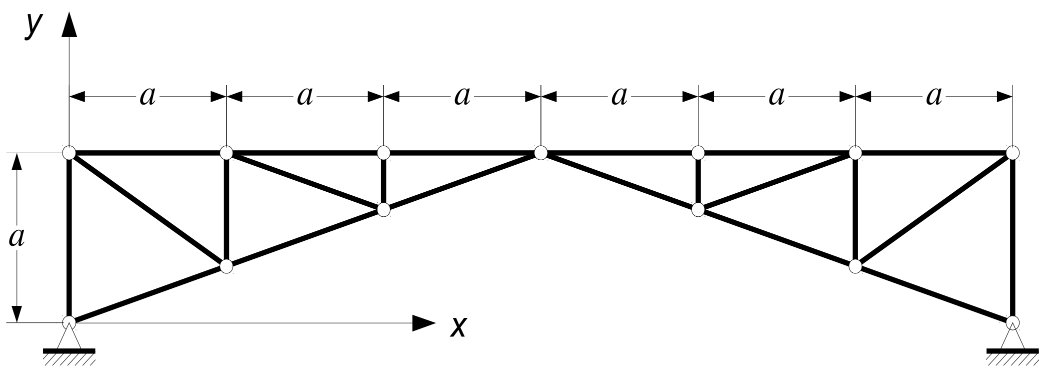


$$f_n = \frac{\pi}{2}\left(\frac{n}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{E\,I_z}{\rho\,A}}$$

Untersuchen Sie anhand dieser Lösung den Einfluss der Diskretisierung und der Art der Massenmatrix (konzentriert oder konsistent). Berechnen Sie dazu mit Mefisto die ersten 8 Eigenschwingungen und unterteilen Sie den Balken in 10, 15 und 20 Elemente.

Zahlenwerte: $L = 1$ m, $A = 500$ mm^2, $I_z = 10400$ mm^4, $E = 210$ GPa, $\nu = 0{,}3$, $\rho = 7850$ kg/m^3

Aufgabe 2



Berechnen Sie mit Mefisto die ersten 10 Eigenschwingungen des abgebildeten Fachwerks. Exportieren Sie die Eigenformen nach Gmsh und stellen Sie sie dort graphisch dar.

Alle Stäbe haben die gleiche Querschnittsfläche A, den gleichen Elastizitätsmodul E und die gleiche Massendichte ρ.

Zahlenwerte: $a = 3$ m, $A = 5$ cm^2, $E = 210$ GPa, $\rho = 7850$ kg/m^3

(Ergebnisse (gerechnet mit konzentrierter Massenmatrix): $f_1 = 28{,}30$ Hz, $f_2 = 29{,}84$ Hz, $f_3 = 51{,}12$ Hz, $\ldots$)

Aufgabe 3

Berechnen Sie mit Mefisto alle Eigenschwingungen unterhalb von 200 Hz für die ebene Platte aus Aufgabe 2 von Übungsblatt 4.2. Verwenden Sie dafür das Schalenelement **`s4`**. Vergleichen Sie die Ergebnisse mit der analytischen Lösung und untersuchen Sie den Einfluss der Elementgröße. Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem relativen Frequenzfehler

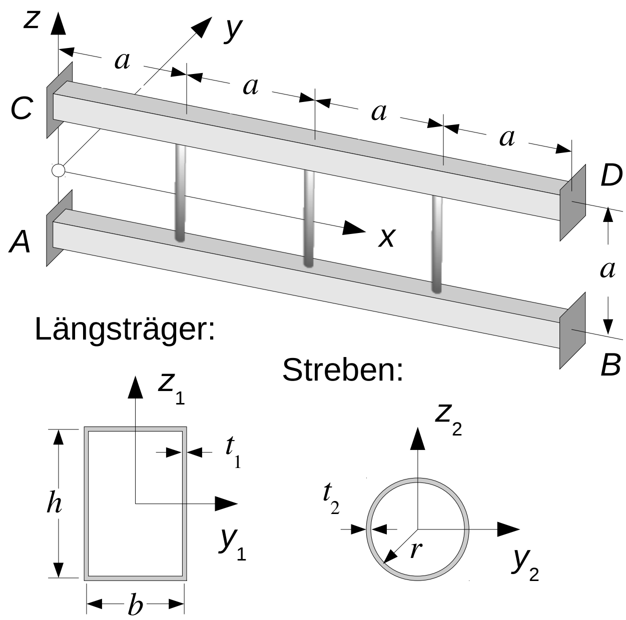
$$\delta = \frac{f_{FE} - f_a}{f_a}$$

und der Anzahl n_λ der Elemente pro Wellenlänge graphisch dar. Welcher Zusammenhang zwischen δ und n_λ lässt sich aus der graphischen Darstellung ermitteln?

(Ergebnis: $\delta = A\, n_\lambda^s$ mit $s = -2{,}16$ und $A = 6{,}28$)

Aufgabe 4

Die abgebildete Struktur besteht aus den beiden Längsträgern *AB* und *CD*, die in den Punkten *A*, *B*, *C* und *D* fest eingespannt sind. Sie sind durch drei Streben miteinander verbunden. Die lokale z_1-Achse der Längsträger zeigt in Richtung der *z*-Achse, während die lokale z_2-Achse der Streben in Richtung der *y*-Achse zeigt.



a) Vernetzen Sie die Struktur mithilfe von Gmsh. Verwenden Sie dabei eine typische Elementlänge von $a/20$.

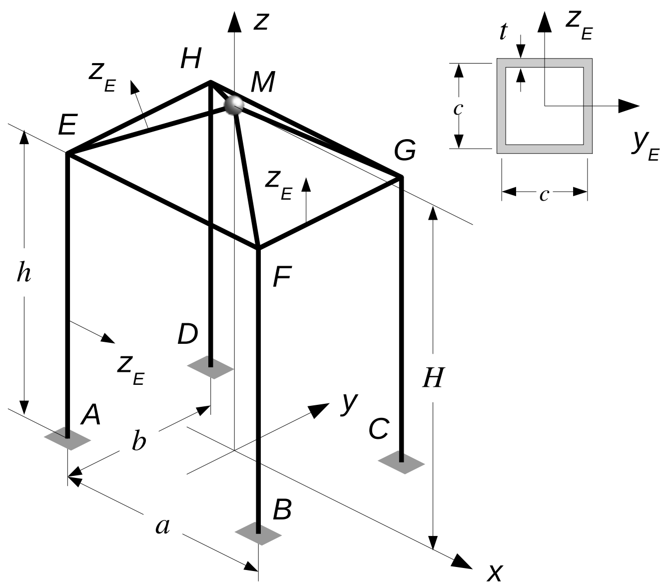
b) Berechnen Sie mit Mefisto die ersten 20 Eigenschwingungen. Exportieren Sie die Eigenschwingungen nach Gmsh und stellen Sie sie dort graphisch dar.

Zahlenwerte: $a = 1$ m, $h = 20$ cm, $b = 15$ cm, $r = 8$ mm, $t_1 = 2$ mm, $t_2 = 1$ mm, $E = 210$ GPa, $\nu = 0{,}3$, $\rho = 7850$ kg/m^3

(Ergebnisse (gerechnet mit konzentrierter Massenmatrix): $f_1 = 72{,}35$ Hz, $f_2 = 72{,}96$ Hz, $f_3 = 89{,}95$ Hz, …, $f_{20} = 447{,}8$ Hz)

Aufgabe 5

Die abgebildete Balkenstruktur ist in den Punkten *A*, *B*, *C* und *D* fest eingespannt. Im Punkt *M* befindet sich die Punktmasse m. Alle Balken haben den gleichen dünnwandigen quadratischen Hohlquerschnitt.



a) Vernetzen Sie die Struktur mithilfe von Gmsh. Verwenden Sie dabei eine typische Elementlänge von $a/5$.

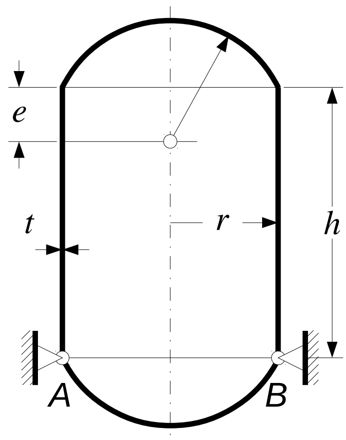
b) Berechnen Sie mit Mefisto die ersten 10 Eigenschwingungen. Exportieren Sie die Eigenschwingungen nach Gmsh und stellen Sie sie dort graphisch dar.

Zahlenwerte: $a = 100$ cm, $b = 75$ cm, $h = 200$ cm, $H = 220$ cm, $c = 2$ cm, $t = 2$ mm, $E = 210$ GPa, $\nu = 0{,}3$, $\rho = 7850$ kg/m^3, $m = 100$ kg

(Ergebnisse (gerechnet mit konsistenter Massenmatrix): $f_1 = 1{,}629$ Hz, $f_2 = 1{,}639$ Hz, $f_3 = 7{,}823$ Hz, …, $f_{10} = 35{,}35$ Hz)

Aufgabe 6

Der abgebildete Behälter besteht aus einem Zylinder mit Radius r und Höhe h, der oben und unten durch eine Kugelkalotte abgeschlossen wird. Der Zylinder und die Kugelkalotten haben die gleiche Wandstärke t. Am Umfang *AB* ist der Behälter gelenkig gelagert.



a) Erstellen Sie eine Gmsh-Datei, die die Geometrie beschreibt und die Vernetzung mit einem strukturierten Netz ermöglicht. Steuern

Sie die Netzfeinheit über geeignete Parameter.

b) Berechnen Sie die ersten 20 Eigenschwingungen. Exportieren Sie die Eigenschwingungen nach Gmsh und stellen Sie sie dort graphisch dar. Untersuchen Sie den Einfluss der Netzfeinheit auf die Ergebnisse.

Zahlenwerte: $r = 2$ m, $h = 5$ m, $e = 1$ m, $t = 2$ mm, $E = 210$ GPa, $\nu = 0{,}3$, $\rho = 7850$ kg/m^3

(Ergebnis: $f_1 = 15{,}5$ Hz, $f_{20} = 28{,}2$ Hz (Werte abhängig von Diskretisierung))