1. Stabsysteme

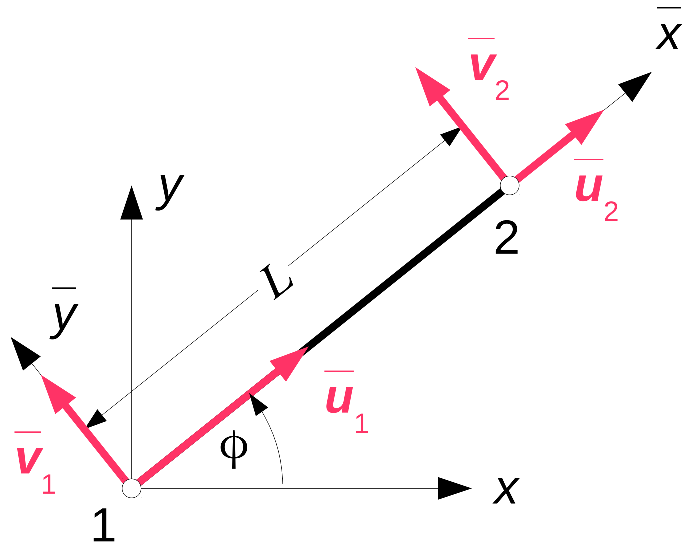
1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

1.2 Statisch unbestimmte Stabsysteme

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

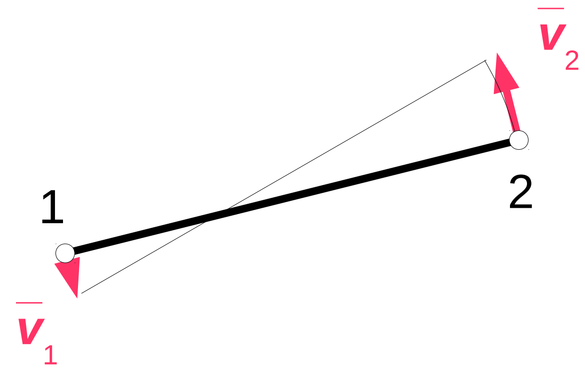
- Längenänderung eines Stabs:
  - Die Verschiebungen der Stabknoten können in eine Komponente $\bar{u}$ parallel zur Stabachse und eine Komponente $\bar{v}$ senkrecht zur Stabachse aufgeteilt werden.
  - Für kleine Verschiebungen gilt:
    - Geometrische Überlegungen dürfen an der unverformten Struktur durchgeführt werden.



1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

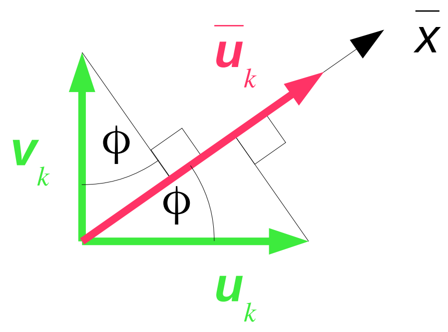
- Die Verschiebungen senkrecht zur Stabachse beschreiben eine Drehung, bei der sich die Länge des Stabs nicht ändert.
- Nur die Verschiebungen parallel zur Stabachse führen zu einer Längenänderung des Stabs:

$$\Delta L = \bar{u}_2 - \bar{u}_1$$



– Für die Verschiebung parallel zur Stabachse gilt:

$$\bar{u}_k = u_k \cos(\phi) + v_k \sin(\phi), \quad k = 1, 2$$



1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

- Damit gilt für die Längenänderung:

$$\boxed{\Delta L = (u_2 - u_1)\cos(\phi) + (v_2 - v_1)\sin(\phi)}$$

- Die Längenänderung setzt sich zusammen aus
  - einer Längenänderung ΔL_N infolge der Normalkraft,
  - einer Längenänderung ΔL_T infolge einer Temperaturänderung,
  - einer Anfangsverlängerung ΔL_0 infolge einer Fertigungsungenauigkeit:

$$\Delta L = \Delta L_N + \Delta L_T + \Delta L_0$$

  - Für $\Delta L_0 > 0$ ist der Stab zu lang und für $\Delta L_0 < 0$ zu kurz.

1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

- Stabgleichungen:
  - Für einen Stab mit konstanter Dehnsteifigkeit EA gilt:

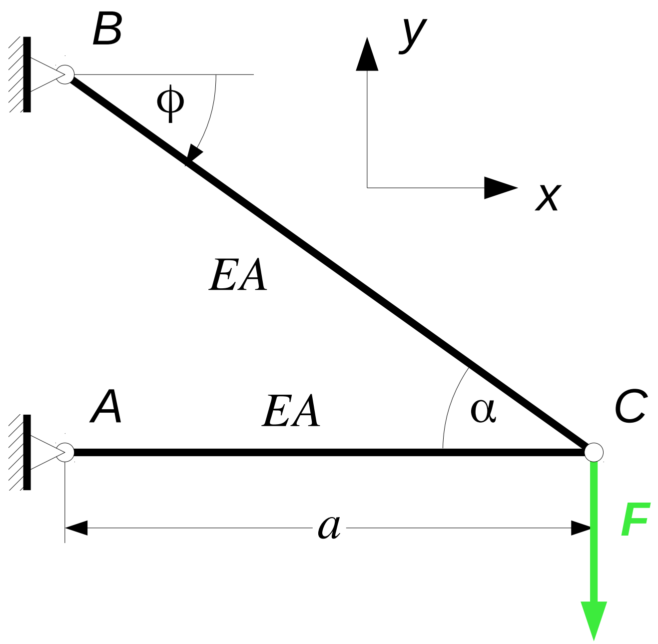
$$\Delta L = L\left(\frac{N}{EA} + \alpha_T \Delta T\right) + \Delta L_0$$

  - Auflösen nach der Normalkraft ergibt:

$$N = EA\left(\frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta L_0}{L} - \alpha_T \Delta T\right)$$

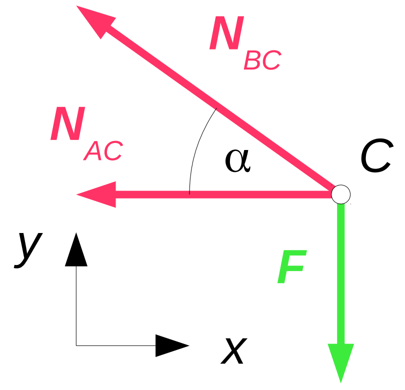
1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

- Beispiel:
  - Gegeben:
    - Länge a, Winkel α
    - Dehnsteifigkeit EA
    - Kraft F
  - Gesucht:
    - Verschiebungen u_C und v_C von Punkt C



1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

- Stabkräfte:



$$\sum F_y = 0 \;:\; N_{BC}\sin(\alpha) - F = 0$$

$$\rightarrow \; N_{BC} = \frac{F}{\sin(\alpha)}$$

$$\sum F_x = 0 \;:\; -N_{AC} - N_{BC}\cos(\alpha) = 0$$

$$\rightarrow \; N_{AC} = -N_{BC}\cos(\alpha) = -F\cot(\alpha)$$

- Längenänderungen:

$$\left.\begin{aligned} u_A &= u_B = 0 \\ v_A &= v_B = 0 \\ \phi &= -\alpha \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{aligned} \Delta L_{AC} &= u_C \\ \Delta L_{BC} &= u_C\cos(\phi) + v_C\sin(\phi) \\ &= u_C\cos(\alpha) - v_C\sin(\alpha) \end{aligned}$$

1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

- Stabgleichungen: $$\Delta L_{AC} = \frac{N_{AC}\, a}{E\, A} = -\frac{F\, a}{E\, A} \cot(\alpha)$$
$$\Delta L_{BC} = \frac{N_{BC}}{E\, A} \frac{a}{\cos(\alpha)} = \frac{F\, a}{E\, A \sin(\alpha) \cos(\alpha)}$$

- Für die Verschiebungen folgt:

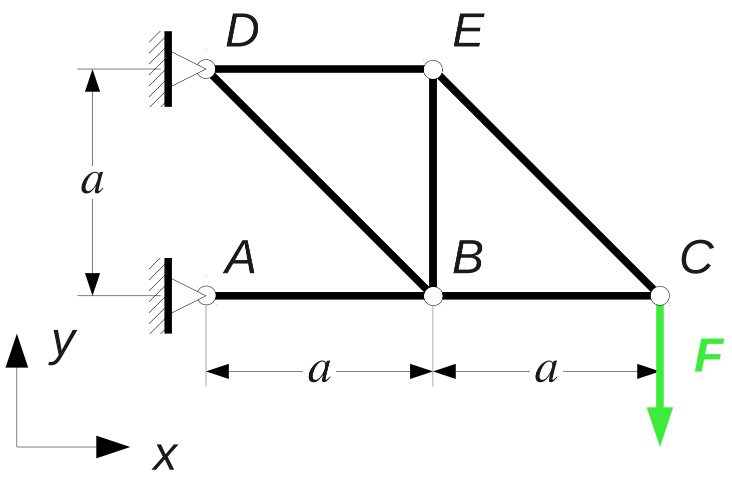
$$u_C = \Delta L_{AC} = -\frac{F\, a}{E\, A} \cot(\alpha)$$

$$v_C = \frac{1}{\sin(\alpha)} \left(u_C \cos(\alpha) - \Delta L_{BC} \right) = -\frac{F\, a}{E\, A} \left(\cot^2(\alpha) + \frac{1}{\sin^2(\alpha)\cos(\alpha)} \right)$$

$$= -\frac{F\, a}{E\, A} \frac{\cos^3(\alpha) + 1}{\sin^2(\alpha) \cos(\alpha)}$$

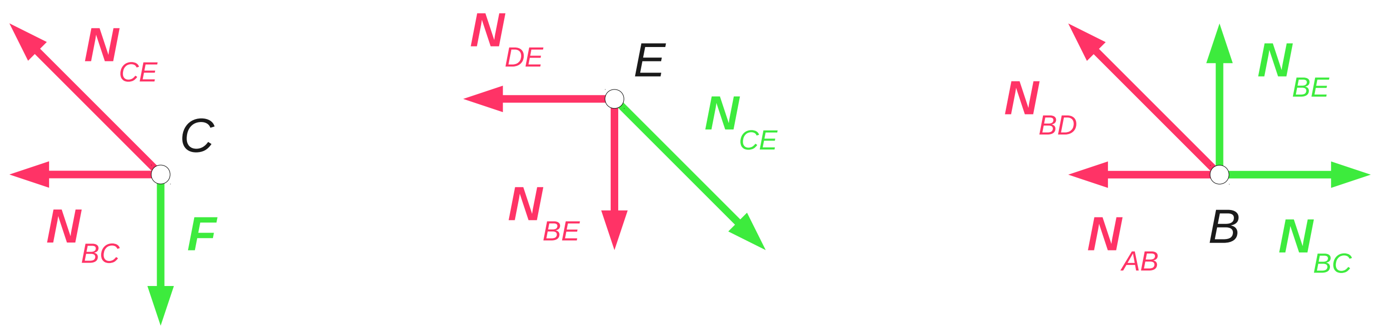
1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

- Beispiel: Fachwerk
  - Gegeben:
    - Länge a
    - Kraft F
    - Temperaturänderung ΔT_{AB}
    - Anfangsverlängerung ΔL_{0DE}
    - Dehnsteifigkeit EA
    - Wärmeausdehnungskoeffizient α_T
  - Gesucht:
    - Verschiebungen der Knoten *B*, *C* und *E*



1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

- Stabkräfte (z. B. mit Knotenpunktverfahren):



$$N_{CE} = \sqrt{2}\,F$$
$$N_{BC} = -F$$

$$N_{BE} = -\frac{N_{CE}}{\sqrt{2}} = -F$$
$$N_{DE} = \frac{N_{CE}}{\sqrt{2}} = F$$

$$N_{BD} = -\sqrt{2}\,N_{BE} = \sqrt{2}\,F$$
$$N_{AB} = N_{BC} - \frac{N_{BD}}{\sqrt{2}} = -2\,F$$

1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

- Verschiebungen:
  - Stab *AB*: $$u_B = \Delta L_{AB} = a\left(\frac{N_{AB}}{EA} + \alpha_T \Delta T_{AB}\right) = a\left(\alpha_T \Delta T_{AB} - \frac{2F}{EA}\right)$$
  - Stab *DB*: $(\phi = -45°)$ $$\frac{\sqrt{2}}{2}(u_B - v_B) = \Delta L_{BD} = \sqrt{2}\, a \frac{N_{BD}}{EA} = \frac{2Fa}{EA}$$ $$\rightarrow \quad v_B = u_B - \frac{2\sqrt{2}\,Fa}{EA} = a\left(\alpha_T \Delta T_{AB} - 2\left(1+\sqrt{2}\right)\frac{F}{EA}\right)$$
  - Stab *DE*: $$u_E = \Delta L_{DE} = a\left(\frac{N_{DE}}{EA} + \frac{\Delta L_{0DE}}{a}\right) = a\left(\frac{F}{EA} + \frac{\Delta L_{0DE}}{a}\right)$$

1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

- Stab *BE*: $$v_E - v_B = \Delta L_{BE} = \frac{N_{BE}\,a}{E\,A} = -\frac{F\,a}{E\,A}$$
  $(\phi = 90°)$
  $$\rightarrow \quad v_E = v_B - \frac{F\,a}{E\,A} = a\left(\alpha_T\,\Delta T_{AB} - (3+2\sqrt{2})\frac{F}{E\,A}\right)$$
- Stab *BC*: $$u_C - u_B = \Delta L_{BC} = \frac{N_{BC}\,a}{E\,A} = -\frac{F\,a}{E\,A}$$
  $$\rightarrow \quad u_C = u_B - \frac{F\,a}{E\,A} = a\left(\alpha_T\,\Delta T_{AB} - \frac{3\,F}{E\,A}\right)$$
- Stab *EC*: $$\frac{\sqrt{2}}{2}(u_C - u_E - v_C + v_E) = \Delta L_{CE} = \frac{\sqrt{2}\,a\,N_{CE}}{E\,A} = \frac{2\,F\,a}{E\,A}$$
  $(\phi = -45°)$

1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

$$u_C - u_E + v_E - \frac{2\sqrt{2}\,F\,a}{E\,A} = v_C$$

$$\rightarrow \quad v_C = a\left(2\,\alpha_T\,\Delta T_{AB} - \frac{\Delta L_{0\,DE}}{a} - \left(7+4\sqrt{2}\right)\frac{F}{E\,A}\right)$$

- Bei ebenen Fachwerken gilt:
  - Es gibt zwei Verschiebungskomponenten pro Knoten und damit insgesamt $2K$ Verschiebungskomponenten.
  - Davon sind L Verschiebungskomponenten an den Lagern null.
  - Zur Ermittlung der $2K - L$ unbekannten Verschiebungskomponenten stehen S Stabgleichungen zur Verfügung.

1.1 Statisch bestimmte Stabsysteme

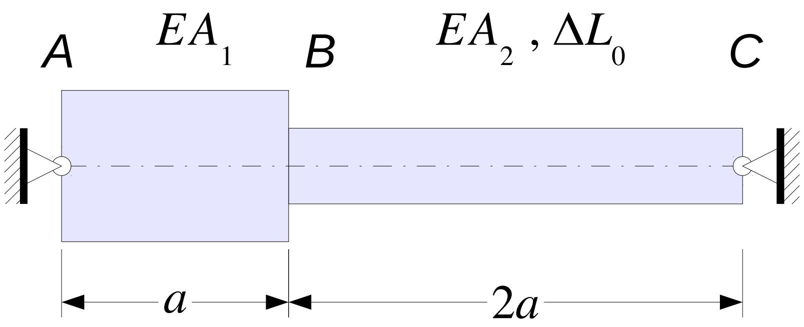
- Bei statisch bestimmten Fachwerken gilt:

$$2K = L + S \rightarrow 2K - L = S$$

- Alle unbekannten Verschiebungskomponenten können aus den Stabgleichungen bestimmt werden.
- Dabei empfiehlt es sich, nach Möglichkeit Stäbe zu betrachten, bei denen die Verschiebungen an einem Knoten bereits bekannt sind.

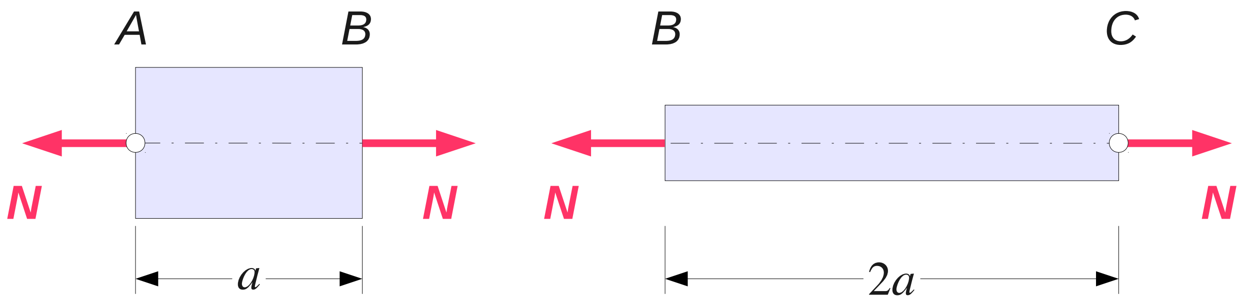
1.2 Statisch unbestimmte Stabsysteme

- Beispiel: Abgestufter Stab
  - Gegeben:
    - Abmessung a
    - Dehnsteifigkeiten EA_1 und EA_2
    - Anfangsverlängerung ΔL_0 von Stab *BC*
  - Gesucht:
    - Stabkräfte



1.2 Statisch unbestimmte Stabsysteme

- Gleichgewicht: $N_{AB} = N_{BC} = N$



- Kinematik: $\Delta L = \Delta L_{AB} + \Delta L_{BC} = 0$

$$\frac{N_{AB}\, a}{E\, A_1} + \frac{2\, a\, N_{BC}}{E\, A_2} + \Delta L_0 = 0 \;\rightarrow\; \frac{a}{E}\left(\frac{1}{A_1} + \frac{2}{A_2}\right) N = -\Delta L_0$$

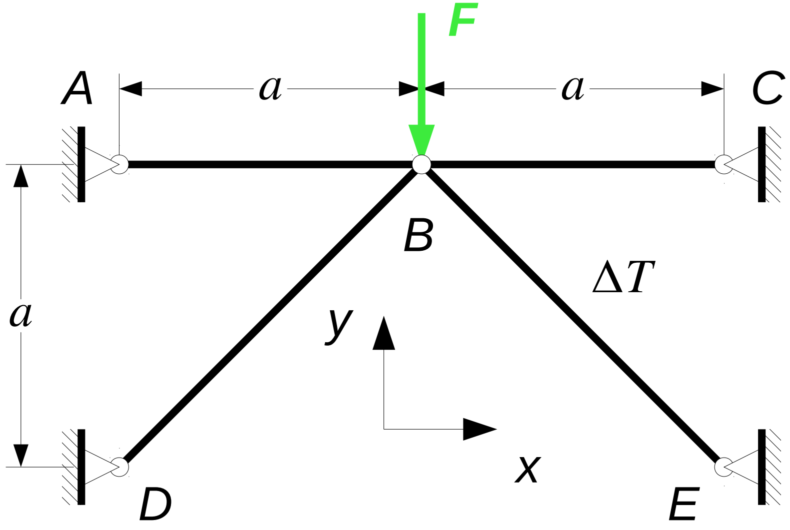
$$\rightarrow\; N = -\frac{\Delta L_0}{a}\,\frac{E}{1/A_1 + 2/A_2} = -\frac{\Delta L_0}{a}\,\frac{E\, A_1\, A_2}{A_2 + 2\, A_1}$$

1.2 Statisch unbestimmte Stabsysteme

- Bei statisch unbestimmten Stabsystemen gilt:
  - Die Gleichgewichtsbedingungen allein reichen nicht aus, um die Stabkräfte zu ermitteln.
  - Zusätzlich müssen die kinematischen Beziehungen verwendet werden.
  - Fertigungsungenauigkeiten und Temperaturlasten führen zu Stabkräften.

1.2 Statisch unbestimmte Stabsysteme

- Beispiel: Fachwerk
  - Gegeben:
    - Abmessung a
    - Dehnsteifigkeit EA
    - Wärmeausdehungskoef-fizient α_T
    - Kraft F
    - Temperaturlast ΔT im Stab *BE*
  - Gesucht:
    - Verschiebung von Punkt *B*
    - Stabkräfte

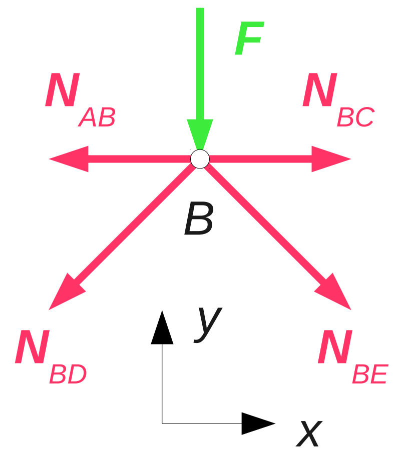


1.2 Statisch unbestimmte Stabsysteme

- Gleichgewicht am Knoten *B*:

$$\sum F_x = 0 \;:\; N_{BC} - N_{AB} + \frac{\sqrt{2}}{2}\left(N_{BE} - N_{BD}\right) = 0$$

$$\sum F_y = 0 \;:\; -F - \frac{\sqrt{2}}{2}\left(N_{BD} + N_{BE}\right) = 0$$



- Stabgleichungen:
  - Stab *AB*: $u_B = \Delta L_{AB} = \frac{a\,N_{AB}}{E\,A} \rightarrow N_{AB} = E\,A\,\frac{u_B}{a}$
  - Stab *BC*: $-u_B = \Delta L_{BC} = \frac{a\,N_{BC}}{E\,A} \rightarrow N_{BC} = -E\,A\,\frac{u_B}{a}$

1.2 Statisch unbestimmte Stabsysteme

- Stab *DB*: $$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(u_B+v_B\right)=\Delta L_{BD}=\frac{\sqrt{2}\,a\,N_{BD}}{E\,A} \quad\rightarrow\quad N_{BD}=E\,A\,\frac{u_B+v_B}{2\,a}$$

- Stab *BE*: $$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-u_B+v_B\right)=\Delta L_{BE}=\sqrt{2}\,a\left(\frac{N_{BE}}{E\,A}+\alpha_T\,\Delta T\right)$$

$$\rightarrow\quad N_{BE}=-E\,A\left(\frac{u_B-v_B}{2\,a}+\alpha_T\,\Delta T\right)$$

- Einsetzen der Stabgleichungen in die Gleichgewichtsbedingungen:

$$\sum F_x=0\ :\ \frac{E\,A}{a}\left[-2\,u_B-\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{u_B-v_B}{2}+a\,\alpha_T\,\Delta T+\frac{u_B+v_B}{2}\right)\right]=0$$

1.2 Statisch unbestimmte Stabsysteme

$$\rightarrow \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} a \alpha_T \Delta T = \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) u_B \quad \rightarrow \quad u_B = -\frac{\sqrt{2}\, a \alpha_T \Delta T}{4 + \sqrt{2}}$$

$$\sum F_y = 0 \;:\; -F - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{EA}{a} \left(\frac{u_B + v_B}{2} - \frac{u_B - v_B}{2} - a \alpha_T \Delta T \right) = 0$$

$$\rightarrow \quad \frac{\sqrt{2}}{2} EA \alpha_T \Delta T - F = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{EA}{a} v_B$$

$$\rightarrow \quad v_B = a \alpha_T \Delta T - \sqrt{2} \frac{F a}{EA}$$

1.2 Statisch unbestimmte Stabsysteme

- Stabkräfte:

$$N_{AB} = E\,A\,\frac{u_B}{a} = -\frac{\sqrt{2}\,E\,A\,\alpha_T\,\Delta T}{4+\sqrt{2}}, \quad N_{BC} = -E\,A\,\frac{u_B}{a} = \frac{\sqrt{2}\,E\,A\,\alpha_T\,\Delta T}{4+\sqrt{2}}$$

$$N_{BD} = E\,A\,\frac{u_B+v_B}{2\,a} = \frac{E\,A}{2}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{4+\sqrt{2}}\right)\alpha_T\,\Delta T - \frac{\sqrt{2}}{2}F$$

$$= \frac{2\,E\,A\,\alpha_T\,\Delta T}{4+\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2}F$$

$$N_{BE} = -E\,A\left(\frac{u_B-v_B}{2\,a}+\alpha_T\,\Delta T\right) = E\,A\left(\frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{2}}{4+\sqrt{2}}-\frac{1}{2}\right)\alpha_T\,\Delta T - \frac{\sqrt{2}}{2}F$$

$$= -\frac{2\,E\,A\,\alpha_T\,\Delta T}{4+\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2}F$$

1.2 Statisch unbestimmte Stabsysteme

- Statisch unbestimmte Fachwerke:

Unbekannt:		Gleichungen:	
Lagerkräfte: Stabkräfte: Verschiebungen:	L S $2K - L$	Gleichgewicht am Knoten: Stabgleichungen:	$2K$ S
Gesamt:	$2K + S$		$2K + S$

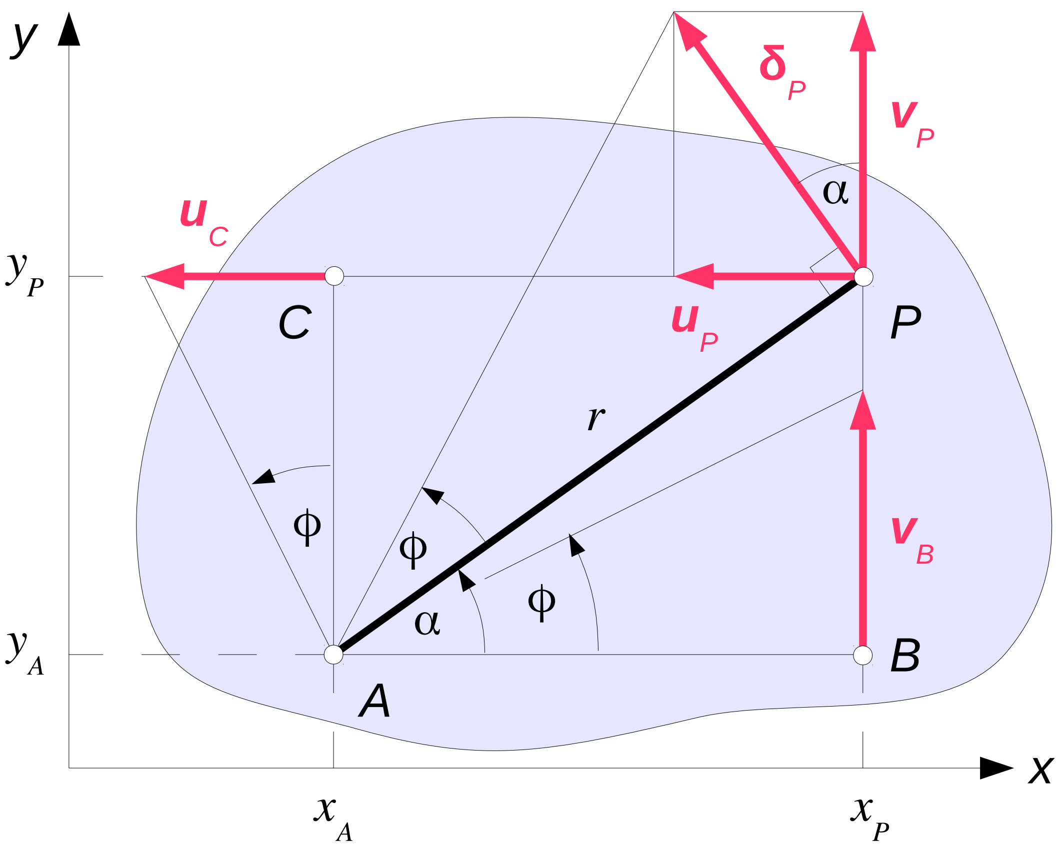
  - Die Stabkräfte können nicht unabhängig von den Verschiebungen bestimmt werden.

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Bauteile, deren Verformungen klein sind im Vergleich zu den Verformungen der übrigen Bauteile, aus denen ein Tragwerk zusammengesetzt ist, können als starre Körper betrachtet werden.
- Kinematik des starren Körpers:
  - Die Bewegung eines starren Körpers setzt sich aus einer Translation und einer Rotation zusammen.
  - Im Folgenden wird vorausgesetzt, dass der Winkel, um den sich der starre Körper dreht, so klein ist, dass Kreisbögen durch die Tangente ersetzt werden dürfen.

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Bei einer kleinen Drehung um einen festen Punkt *A* gilt:



$$x_P - x_A = r\cos(\alpha)$$
$$y_P - y_A = r\sin(\alpha)$$

$$\delta_P = r\tan(\phi) \approx r\,\phi$$

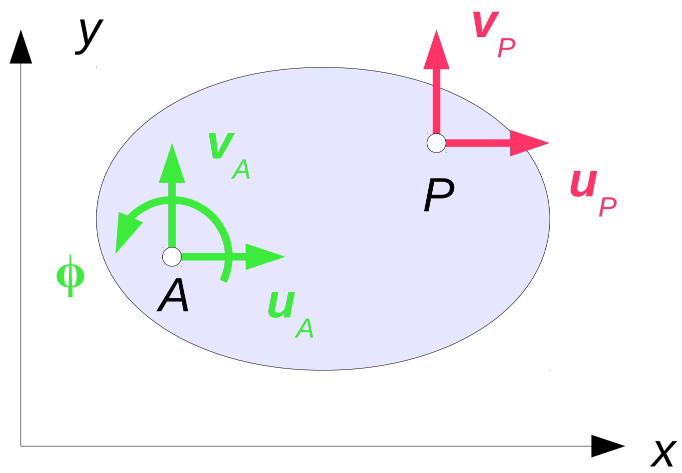
$$u_P = -\delta_P \sin(\alpha)$$
$$= -r\,\phi\sin(\alpha)$$
$$= -(y_P - y_A)\,\phi = u_C$$

$$v_P = \delta_P \cos(\alpha)$$
$$= r\,\phi\cos(\alpha)$$
$$= (x_P - x_A)\,\phi = v_B$$

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

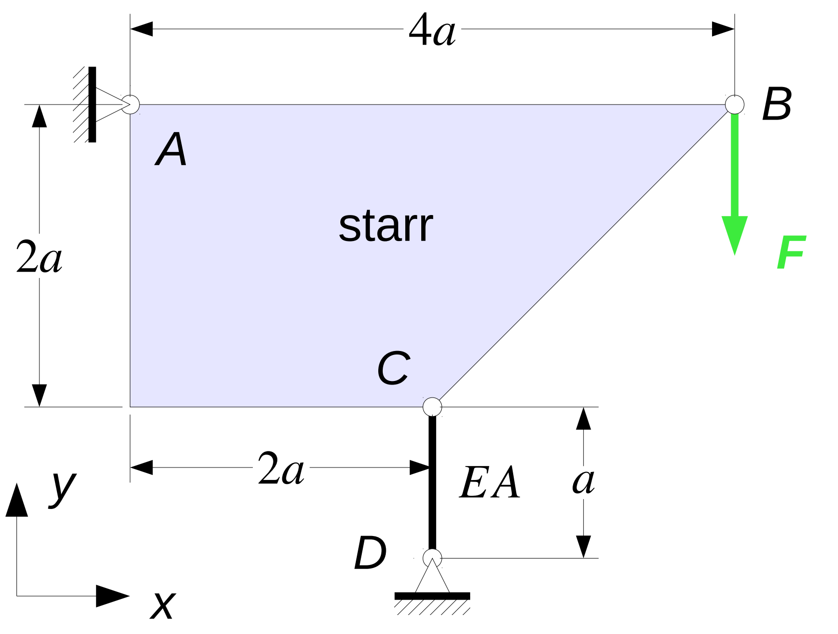
- Wenn sich der Punkt *A* selbst verschiebt, so muss die Verschiebung von Punkt *A* addiert werden.
- Damit gilt allgemein:

$$
\begin{aligned}
u_P &= u_A - (y_P - y_A)\phi \\
v_P &= v_A + (x_P - x_A)\phi
\end{aligned}
$$



1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Beispiel 1:
  - Gegeben:
    - Abmessung a
    - Dehnsteifigkeit EA des Stabs *CD*
    - Kraft F
  - Gesucht:
    - Stabkraft N_{CD}
    - Kräfte im Lager *A*
    - Verschiebungen u_B und v_B von Punkt *B*



1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Gleichgewicht am starren Körper:

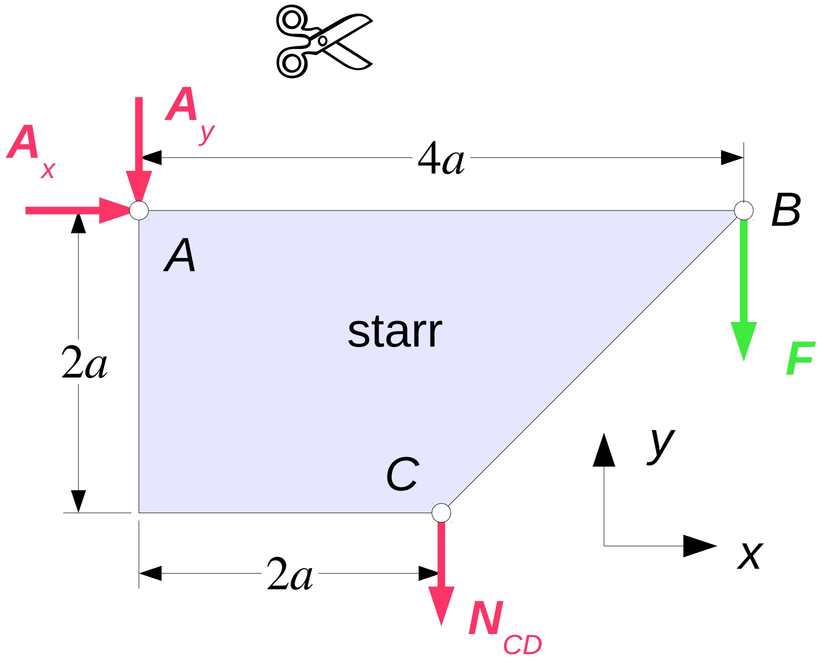
$$\sum F_x = 0 \ : \ A_x = 0$$

$$\sum M^A = 0 \ :$$
$$-2\,a\,N_{CD} - 4\,a\,F = 0$$

$$\rightarrow \ N_{CD} = -2\,F$$

$$\sum F_y = 0 \ : \ -A_y - N_{CD} - F = 0$$

$$\rightarrow \ A_y = -N_{CD} - F = F$$



Zugkräfte zeigen vom starren Körper weg.

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Stabgleichung: $v_C = \Delta L_{CD} = \dfrac{N_{CD}\, a}{E A} = -\dfrac{2 F a}{E A}$

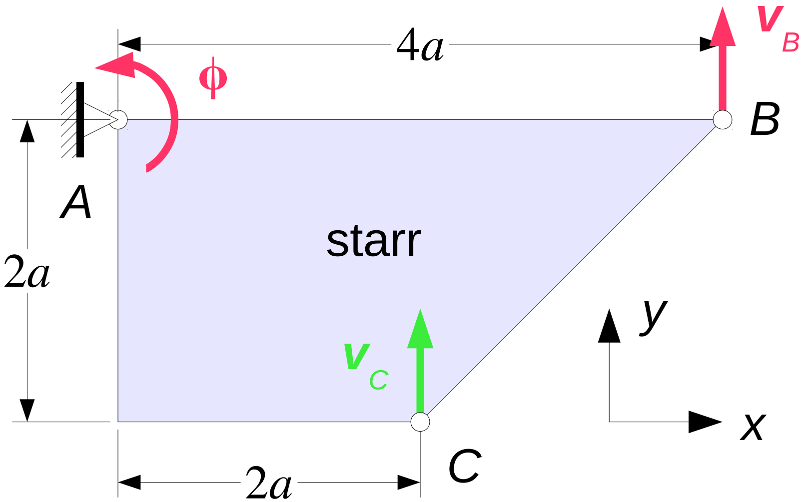
- Kinematik: $u_A = v_A = 0$

$$v_C = 2 a \phi = -\frac{2 F a}{E A}$$

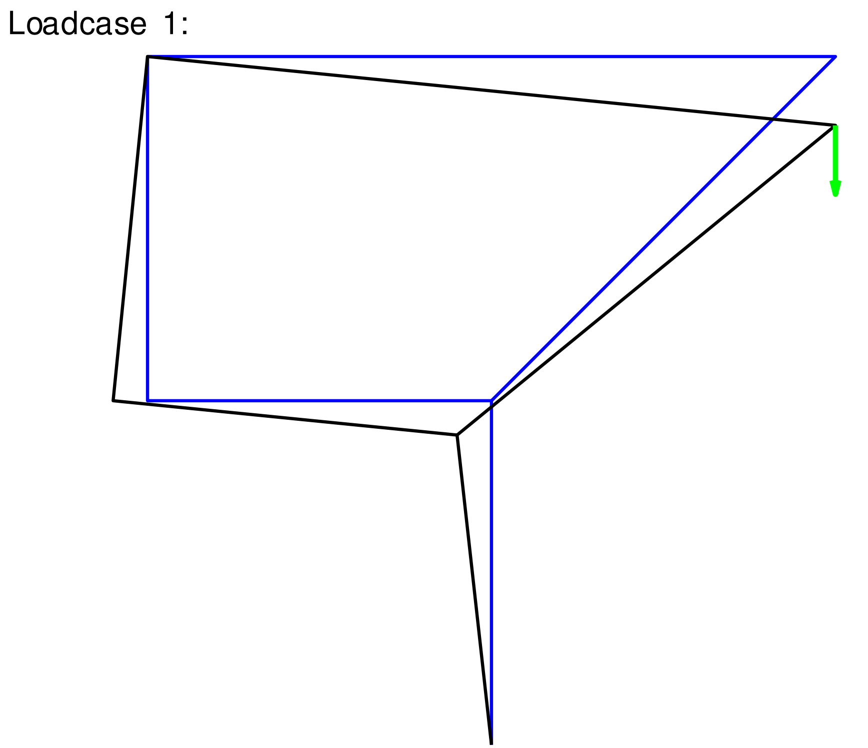
$$\rightarrow \quad \phi = -\frac{F}{E A}$$

$$u_B = 0$$

$$v_B = 4 a \phi = -\frac{4 F a}{E A}$$

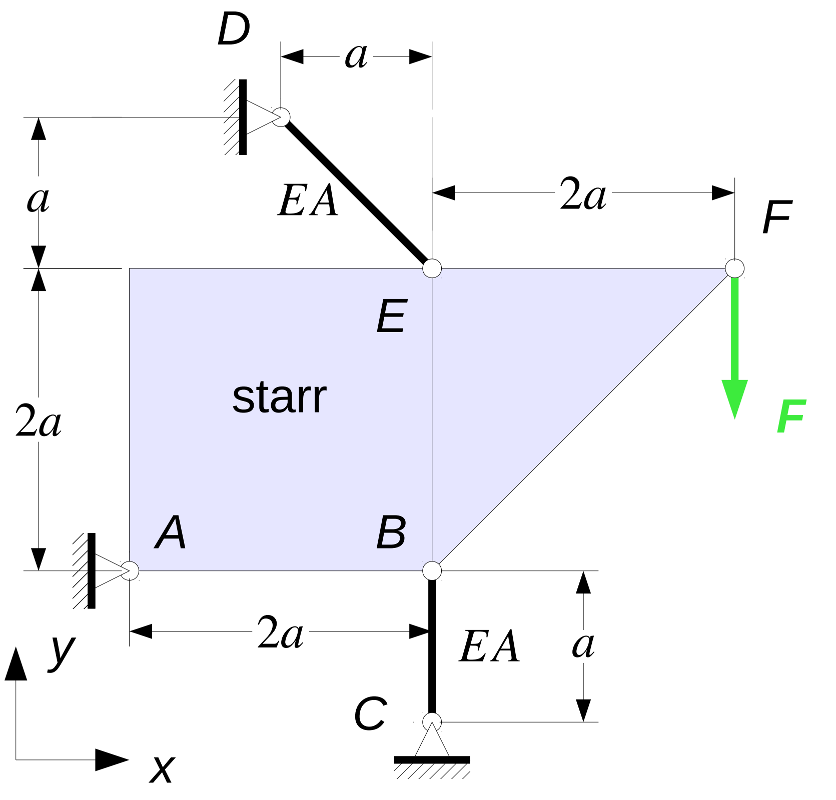


1.3 Stabsysteme mit starren Körpern



1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Beispiel 2:
  - Gegeben:
    - Abmessung a
    - Dehnsteifigkeit EA der Stäbe BC und DE
    - Kraft F
  - Gesucht:
    - Stabkräfte N_{BC} und N_{DE}
    - Verschiebungen u_F und v_F von Punkt F



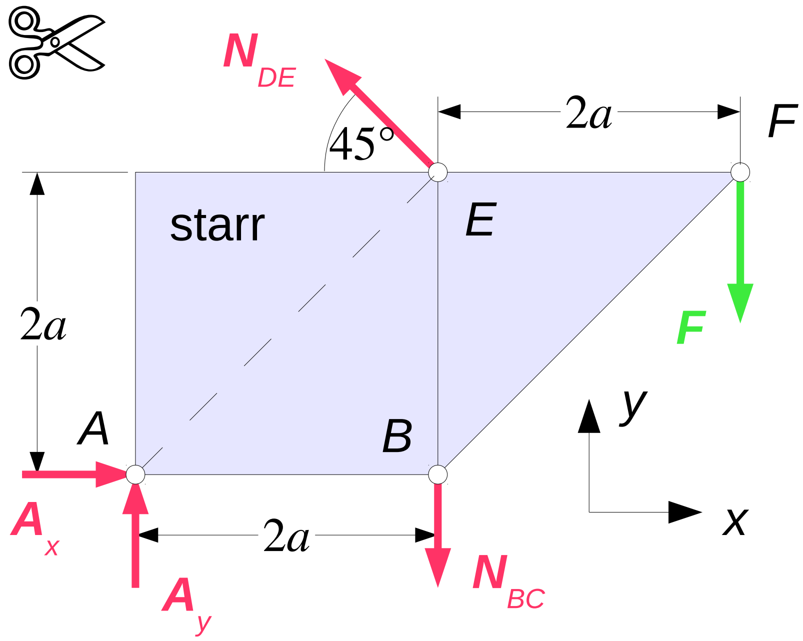
1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Gleichgewicht am starren Körper:

$$\sum M^A = 0 \quad :$$

$$2\sqrt{2}\, a\, N_{DE} - 2\, a\, N_{BC} - 4\, a\, F = 0$$

$$\rightarrow \quad \sqrt{2}\, N_{DE} - N_{BC} = 2\, F$$



- Die Kräftegleichgewichte liefern zwei weitere Gleichungen mit zwei weiteren Unbekannten.

- Das System ist statisch unbestimmt.

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Kinematik:

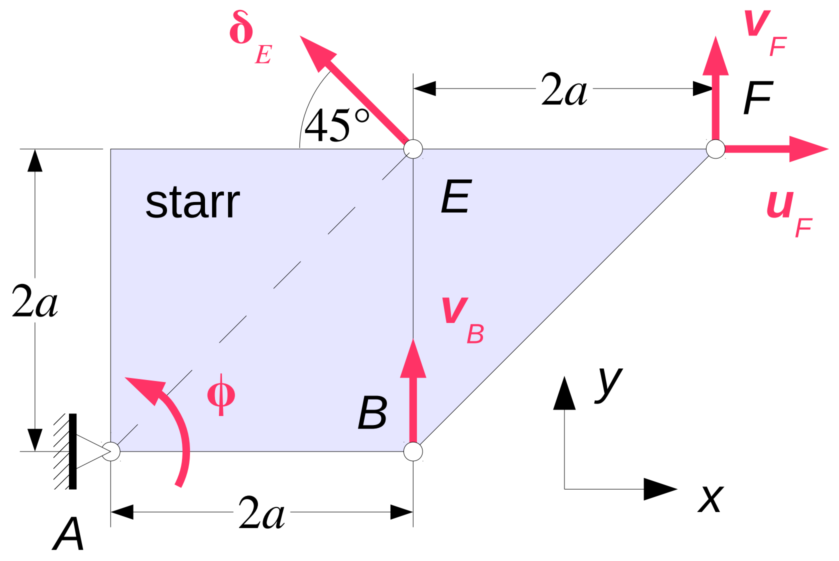
$$u_A = v_A = 0$$

$$\delta_E = 2\sqrt{2}\,a\,\phi$$

$$v_B = 2\,a\,\phi$$

$$u_F = -2\,a\,\phi$$

$$v_F = 4\,a\,\phi$$



1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Stabgleichungen:

$$\delta_E = -\Delta L_{DE} = -\frac{\sqrt{2}\, a\, N_{DE}}{E\,A}\,,\quad v_B = \Delta L_{BC} = \frac{a\, N_{BC}}{E\,A}$$

- Mit den kinematischen Beziehungen folgt:

$$N_{DE} = -\frac{E\,A}{\sqrt{2}\,a}\,\delta_E = -2\,E\,A\,\phi\,,\quad N_{BC} = \frac{E\,A}{a}\,v_B = 2\,E\,A\,\phi$$

- Einsetzen in das Momentengleichgewicht ergibt:

$$E\,A\left(-2\sqrt{2}-2\right)\phi = 2\,F \;\rightarrow\; \phi = -\frac{1}{\sqrt{2}+1}\,\frac{F}{E\,A} = -\left(\sqrt{2}-1\right)\frac{F}{E\,A}$$

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Damit gilt für die Stabkräfte:

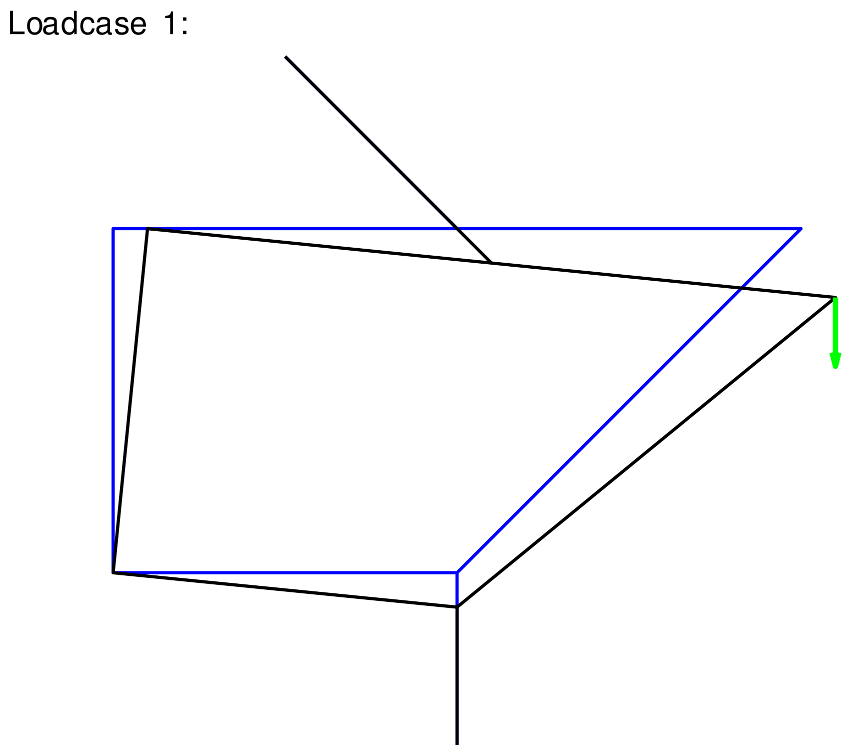
$$N_{DE}=2\left(\sqrt{2}-1\right)F\,,\quad N_{BC}=-2\left(\sqrt{2}-1\right)F$$

- Für die Verschiebung von Punkt *F* folgt:

$$u_F=2\left(\sqrt{2}-1\right)\frac{F\,a}{E\,A}\,,\quad v_F=-4\left(\sqrt{2}-1\right)\frac{F\,a}{E\,A}$$

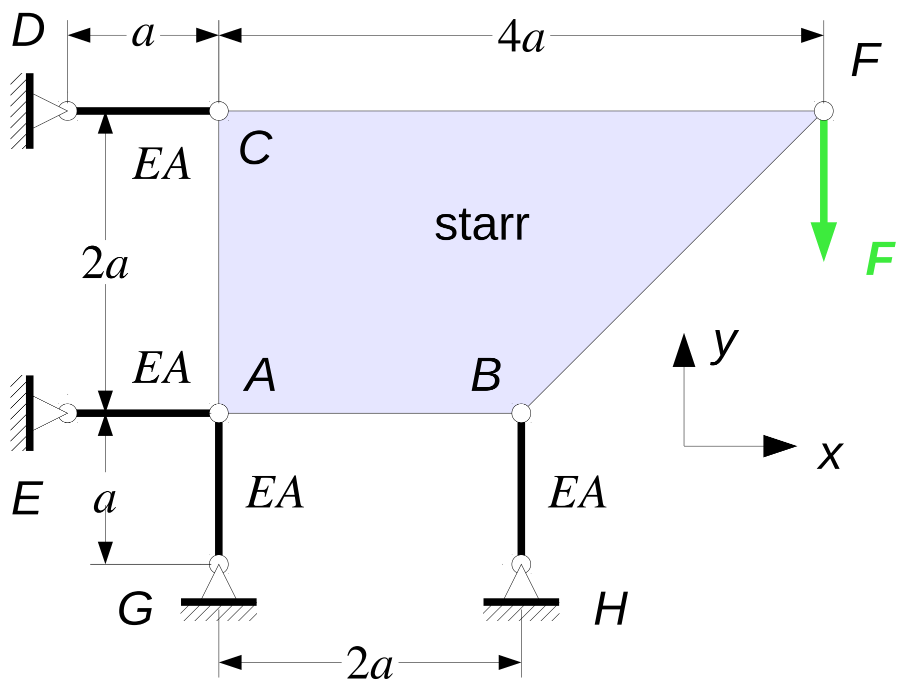
- Aus den übrigen beiden Gleichgewichtsbedingungen können die Lagerkräfte im Punkt *A* ermittelt werden.

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern



1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Beispiel 3:
  - Gegeben:
    - Abmessung a
    - Dehnsteifigkeit EA aller Stäbe
    - Kraft F
  - Gesucht:
    - Stabkräfte
    - Verschiebungen u_F und v_F von Punkt F



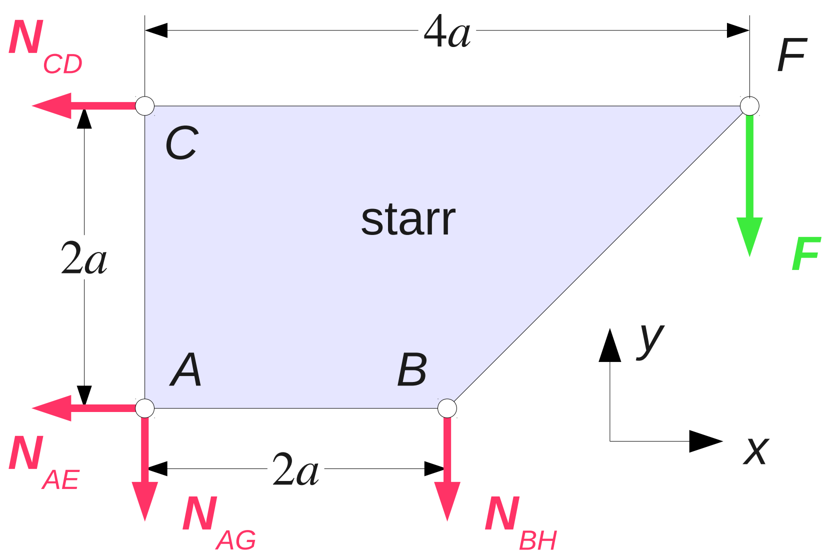
1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Gleichgewicht am starren Körper:

$$\sum F_x = 0 \quad : \quad -N_{CD} - N_{AE} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad :$$
$$-N_{AG} - N_{BH} - F = 0$$

$$\sum M^A = 0 \quad :$$
$$-2aN_{BH} - 4aF + 2aN_{CD} = 0$$

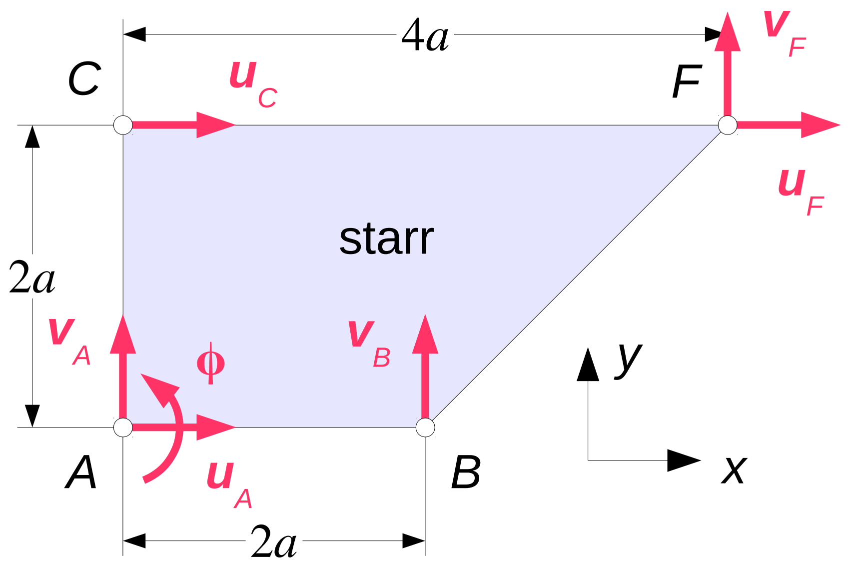


- Das System ist statisch unbestimmt.

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Kinematik:

$$v_B = v_A + 2a\phi$$
$$u_C = u_A - 2a\phi$$
$$u_F = u_A - 2a\phi$$
$$v_F = v_A + 4a\phi$$



- Stabgleichungen:

$$u_A = \Delta L_{AE} = \frac{N_{AE}\,a}{EA} \qquad v_B = \Delta L_{BH} = \frac{N_{BH}\,a}{EA}$$

$$v_A = \Delta L_{AG} = \frac{N_{AG}\,a}{EA} \qquad u_C = \Delta L_{CD} = \frac{N_{CD}\,a}{EA}$$

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Mit der Kinematik folgt aus den Stabgleichungen:

$$N_{AE}=\frac{EA}{a}u_A\,,\quad N_{AG}=\frac{EA}{a}v_A$$

$$N_{BH}=\frac{EA}{a}\left(v_A+2a\phi\right),\quad N_{CD}=\frac{EA}{a}\left(u_A-2a\phi\right)$$

- Einsetzen in die Gleichgewichtsbedingungen ergibt:

$$\sum F_x=0\ :\ -\frac{EA}{a}\left(u_A-2a\phi+u_A\right)=0$$

$$\sum F_y=0\ :\ -\frac{EA}{a}\left(v_A+v_A+2a\phi\right)=F$$

$$\sum M^A=0\ :\ 2EA\left(-v_A-2a\phi+u_A-2a\phi\right)=4aF$$

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Daraus folgt:

$$\begin{aligned} 2u_A & & -2a\phi &= 0 & (1)\\ & 2v_A & +2a\phi &= -\frac{Fa}{EA} & (2)\\ u_A & -v_A & -4a\phi &= \frac{2Fa}{EA} & (3)\end{aligned}$$

- Auflösen ergibt: (1) → $u_A = a\phi$, (2) → $v_A = -\frac{1}{2}\frac{Fa}{EA} - a\phi$

  in (3): $(1+1-4)a\phi = \frac{Fa}{EA}\left(2-\frac{1}{2}\right)$ → $\phi = -\frac{3}{4}\frac{F}{EA}$

  (1) → $u_A = -\frac{3}{4}\frac{Fa}{EA}$, (2) → $v_A = -\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)\frac{Fa}{EA} = \frac{1}{4}\frac{Fa}{EA}$

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern

- Damit gilt für die Stabkräfte:

$$N_{AE} = -\frac{3}{4} F, \quad N_{AG} = \frac{1}{4} F$$

$$N_{BH} = \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} \right) F = -\frac{5}{4} F, \quad N_{CD} = \left(-\frac{3}{4} + \frac{3}{2} \right) F = \frac{3}{4} F$$

- Für die Verschiebung von Punkt *F* folgt:

$$u_F = \left(-\frac{3}{4} + \frac{3}{2} \right) \frac{F a}{E A} = \frac{3}{4} \frac{F a}{E A}, \quad v_F = \left(\frac{1}{4} - 3 \right) \frac{F a}{E A} = -\frac{11}{4} \frac{F a}{E A}$$

1.3 Stabsysteme mit starren Körpern