

1.4 Ebene Bewegung in Polarkoordinaten

Lösungen

Aufgabe 1

a) Koordinaten der Laufkatze

Integration von $\dot{r} = v_r = v_0$ ergibt: $r(t) = r_0 + v_0 t$

Integration von $\dot{\phi} = \omega_0$ ergibt: $\phi(t) = \omega_0 t$

b) Geschwindigkeit der Laufkatze

Die Radialgeschwindigkeit ist gegeben: $v_r(t) = v_0$

Die Umfangsgeschwindigkeit berechnet sich zu

$$v_\phi(t) = r(t) \dot{\phi}(t) = \omega_0 (r_0 + v_0 t).$$

c) Beschleunigung der Laufkatze

Radialbeschleunigung: $a_r(t) = \dot{v}_r(t) - v_\phi(t) \dot{\phi}(t) = -\omega_0^2 (r_0 + v_0 t)$

Umfangsbeschleunigung: $a_\phi(t) = \dot{v}_\phi(t) + v_r(t) \dot{\phi}(t) = \omega_0 v_0 + v_0 \omega_0 = 2 \omega_0 v_0$

Aufgabe 2

Zeitliche Ableitungen von Radius und Winkel:

$$r(t) = v_0 t \rightarrow \dot{r}(t) = v_0, \quad \ddot{r}(t) = 0$$

$$\phi(t) = \omega_0 t \rightarrow \dot{\phi}(t) = \omega_0, \quad \ddot{\phi}(t) = 0$$

a) Radial- und Umfangsgeschwindigkeit

Für die Geschwindigkeiten gilt:

$$v_r = \dot{r} = v_0, \quad v_\phi = r \dot{\phi} = v_0 \omega_0 t$$

b) Radial- und Umfangsbeschleunigung

Für die Beschleunigungen gilt:

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 = -v_0\omega_0^2 t, \quad a_\phi = r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} = 2v_0\omega_0$$