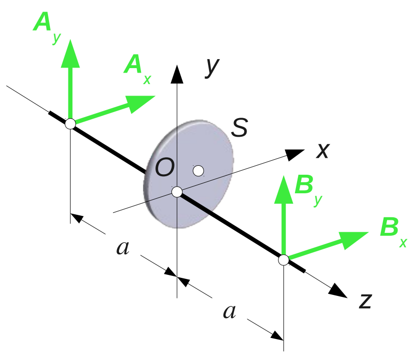
4.1 Rotation um eine feste Achse

Lösungen

Aufgabe 1

a) <u>Koordinaten des Schwerpunkts</u>



Der Schwerpunktsatz lautet: $m\,\boldsymbol{a}_S = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B}$

$$m\,a_{Sx} = A_x + B_x$$

$$m\,a_{Sy} = A_y + B_y$$

Die Beschleunigung des Schwerpunkts ist gleich der Zentripetalbeschleunigung:

$$\boldsymbol{a}_S = -\omega^2 \boldsymbol{r}_S \quad\rightarrow\quad a_{Sx} = -\omega^2 x_S,\quad a_{Sy} = -\omega^2 y_S$$

Einsetzen in den Schwerpunktsatz ergibt:

$$-\omega^2 m\,x_s = A_x + B_x \quad\rightarrow\quad x_S = -\frac{A_x + B_x}{\omega^2 m}$$

$$-\omega^2 m\,y_s = A_y + B_y \quad\rightarrow\quad y_S = -\frac{A_y + B_y}{\omega^2 m}$$

Zahlenwerte:

$$\omega^2 m = 100^2\,\mathrm{s}^{-2}\cdot 20\,\mathrm{kg} = 200\cdot 10^3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}$$

$$x_S = -\frac{(10-12)\cdot 10^3\,\mathrm{kgm/s^2}}{200\cdot 10^3\,\mathrm{kg/s^2}} = \underline{0{,}01\,\mathrm{m}}\ ,\quad y_S = \frac{4{,}5\cdot 10^3\,\mathrm{kgm/s^2}}{200\cdot 10^3\,\mathrm{kg/s^2}} = \underline{0{,}0225\,\mathrm{m}}$$

b) <u>Deviationsmomente</u>

Der Drallsatz lautet: $M_x^O = -\omega^2 J_{yz}^O,\quad M_y^O = \omega^2 J_{xz}^O$

Die Momente berechnen sich zu $M_x^O = a(A_y - B_y)$ und $M_y^O = a(B_x - A_x)$.

Einsetzen in den Drallsatz ergibt:

$$a(A_y - B_y) = -\omega^2 J_{yz}^O \quad\rightarrow\quad J_{yz}^O = \frac{a}{\omega^2}(B_y - A_y)$$

$$a\left(B_x - A_x\right) = \omega^2 J_{xz}^O \quad \rightarrow \quad J_{xz}^O = \frac{a}{\omega^2}\left(B_x - A_x\right)$$

Zahlenwerte:

$$\frac{a}{\omega^2} = \frac{0{,}25\,\mathrm{m}}{100^2\,\mathrm{s}^{-2}} = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{ms}^2$$

$$J_{xz}^O = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{ms}^2 \cdot \left(-12 - 10\right) \cdot 10^3\,\mathrm{kgm/s}^2 = \underline{-0{,}55\,\mathrm{kgm}^2}$$

$$J_{yz}^O = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{ms}^2 \cdot \left(-4{,}5\right) \cdot 10^3\,\mathrm{kgm/s}^2 = \underline{-0{,}1125\,\mathrm{kgm}^2}$$

Aufgabe 2

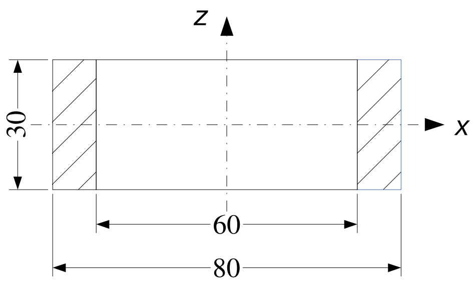
Die drei Linien durch den Mittelpunkt des Rades und einen der Mittelpunkte der drei Bohrungen sind Symmetrielinien. Daher liegt der Massenschwerpunkt im Mittelpunkt des Rades:

$$x_S = 0, \quad y_S = 0$$

Zur Berechnung der Masse und des Massenträgheitsmoments wird das Rad in sechs Teilkörper unterteilt, nämlich den Radkranz, die Radscheibe, die mittlere Bohrung und die drei sternförmig angeordneten Bohrungen.

Die Gesamtmasse berechnet sich aus der Masse des Radkranzes und der Radscheibe abzüglich der Massen der Bohrungen. Entsprechend berechnet sich das Massenträgheitsmoment aus den Massenträgheitsmomenten des Radkranzes und der Radscheibe abzüglich der Massenträgheitsmomente der Bohrungen.

<u>Radkranz</u>



Der Radkranz ist ein dickwandiger Hohlzylinder.

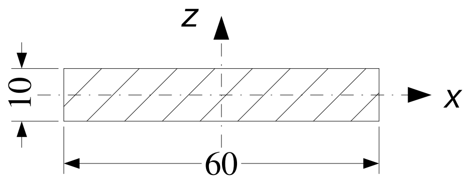
Masse:

$$m_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/cm}^3 \cdot 30\,\mathrm{cm}\left(80^2 - 60^2\right)\mathrm{cm}^2$$
$$= \underline{517{,}9\,\mathrm{kg}}$$

Massenträgheitsmoment:

$$J_1 = \frac{1}{8} \cdot 517{,}9\,\mathrm{kg} \cdot \left(80^2 + 60^2\right)\mathrm{cm}^2 = \underline{647400\,\mathrm{kgcm}^2}$$

Radscheibe



Die Radscheibe ist ein Zylinder.

Masse:

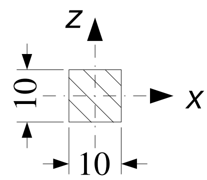
$$m_2 = \frac{\pi}{4} \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/cm^3} \cdot 60^2\,\mathrm{cm}^2 \cdot 10\,\mathrm{cm}$$
$$= \underline{222{,}0\,\mathrm{kg}}$$

Massenträgheitsmoment:

$$J_2 = \frac{1}{8} \cdot 222{,}0\,\mathrm{kg} \cdot 60^2\,\mathrm{cm}^2 = \underline{99900\,\mathrm{kgcm}^2}$$

Mittlere Bohrung

Die Bohrung ist ein Zylinder.



Masse:

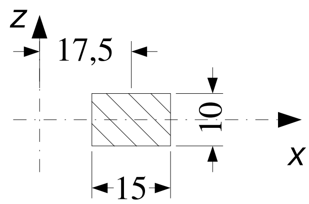
$$m_3 = \frac{\pi}{4} \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/cm^3} \cdot 10^2\,\mathrm{cm}^2 \cdot 10\,\mathrm{cm} = \underline{6{,}165\,\mathrm{kg}}$$

Massenträgheitsmoment:

$$J_3 = \frac{1}{8} \cdot 6{,}165\,\mathrm{kg} \cdot 10^2\,\mathrm{cm} = \underline{77{,}06\,\mathrm{kgcm}^2}$$

Sternförmige Bohrungen

Alle drei Bohrungen sind Zylinder und haben dieselbe Masse und dasselbe Massenträgheitsmoment.



Masse:

$$m_4 = \frac{\pi}{4} \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg/cm^3} \cdot 15^2\,\mathrm{cm}^2 \cdot 10\,\mathrm{cm} = \underline{13{,}87\,\mathrm{kg}}$$

Massenträgheitsmoment:

$$J_4 = 13{,}87\,\mathrm{kg} \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot 15^2\,\mathrm{cm}^2 + 17{,}5^2\,\mathrm{cm}^2 \right) = \underline{4638\,\mathrm{kgcm}^2}$$

Gesamtes Rad

Masse: $m = m_1 + m_2 - m_3 - 3\,m_4 \rightarrow m = \underline{692\,\mathrm{kg}}$

Massenträgheitsmoment: $J_z = J_1 + J_2 - J_3 - 3\,J_4 \rightarrow J_z = 733300\,\mathrm{kgcm}^2$

Aufgabe 3

Das Speichenrad besteht aus dem Radkranz, der Nabe und sechs Speichen. Die Schwerpunkte der Speichen liegen auf einem Kreis mit Radius $R_s = 5\,\mathrm{cm} + 12{,}5\,\mathrm{cm} = 17{,}5\,\mathrm{cm}$.

Radkranz

Dickwandiger Hohlzylinder: $m_1 = \frac{1}{4}\pi\rho h\left(D_1^2 - d_1^2\right)$, $J_1 = \frac{1}{8} m_1\left(D_1^2 + d_1^2\right)$

Mit $D_1 = 70$ cm, $d_1 = 60$ cm und $h = 10$ cm folgt: $m_1 = 80{,}15\,\mathrm{kg}$, $J_1 = 85160\,\mathrm{kgcm}^2$

Radnabe

Dickwandiger Hohlzylinder: $m_2 = \frac{1}{4}\pi\rho h\left(D_2^2 - d_2^2\right)$, $J_2 = \frac{1}{8} m_2\left(D_2^2 + d_2^2\right)$

Mit $D_2 = 10$ cm, $d_2 = 5$ cm und $h = 10$ cm folgt: $m_2 = 4{,}624\,\mathrm{kg}$, $J_2 = 72{,}25\,\mathrm{kgcm}^2$

Speichen

Dünner Stab: $m_3 = \rho A_s L_s$, $J_{3s} = \frac{1}{12} m_3 L_s^2$, $J_3 = J_{3s} + m_3 R_s^2$

Mit $A_s = 12{,}5\,\mathrm{cm}^2$ und $L_s = 25\,\mathrm{cm}$ folgt:

$$m_3 = 2{,}453\,\mathrm{kg},\quad J_{3s} = 127{,}8\,\mathrm{kgcm}^2,\quad J_3 = 879{,}0\,\mathrm{kgcm}^2$$

Gesamt

$$m = m_1 + m_2 + 6\,m_3,\quad J_z = J_1 + J_2 + 6\,J_3$$

Zahlenwerte:

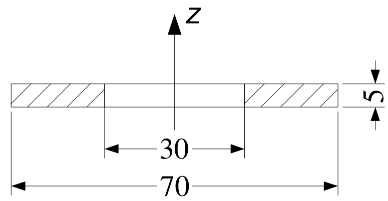
$$m = \underline{99{,}49\,\mathrm{kg}},\quad J_z = \underline{90510\,\mathrm{kgcm}^2}$$

Aufgabe 4

Das Rad ist aus zwei Körpern zusammengesetzt, deren Massen und Massenträgheitsmomente addiert werden. Beide Körper sind dickwandige Hohlzylinder.

Körper 1: Äußeres Rad

Masse:



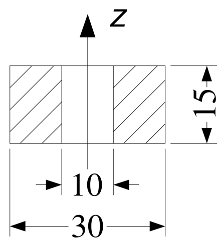
$$m_1 = \frac{\pi}{4} \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3}\,\text{kg/cm}^3 \cdot 5\,\text{cm} \cdot \left(70^2 - 30^2\right)\text{cm}^2$$
$$= \underline{123{,}3\,\text{kg}}$$

Massenträgheitsmoment:

$$J_1 = \frac{1}{8} \cdot 123{,}3\,\text{kg} \cdot \left(70^2 + 30^2\right)\text{cm}^2 = \underline{89390\,\text{kgcm}^2}$$

Körper 2: Inneres Rad

Masse:



$$m_2 = \frac{\pi}{4} \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-3}\,\text{kg/cm}^3 \cdot 15\,\text{cm} \cdot \left(30^2 - 10^2\right)\text{cm}^2$$
$$= \underline{73{,}98\,\text{kg}}$$

Massenträgheitsmoment:

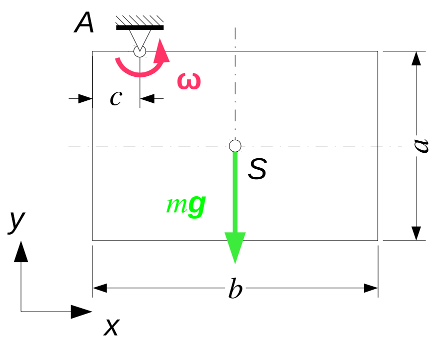
$$J_2 = \frac{1}{8} \cdot 73{,}98\,\text{kg} \cdot \left(30^2 + 10^2\right)\text{cm}^2 = \underline{9248\,\text{kgcm}^2}$$

Gesamtes Rad

$$m = m_1 + m_2 = 197{,}3\,\text{kg}\ ,\quad J_z = J_1 + J_2 = 98640\,\text{kgcm}^2$$

Aufgabe 5

Wenn die Aufhängung im Punkt *B* versagt, dreht sich das Bild um Punkt *A*. Der Drallsatz für die *z*-Komponente des Dralls bezüglich Punkt *A* lautet:



$$J_z^A \dot{\omega} = -\left(\frac{b}{2} - c\right) m\,g$$

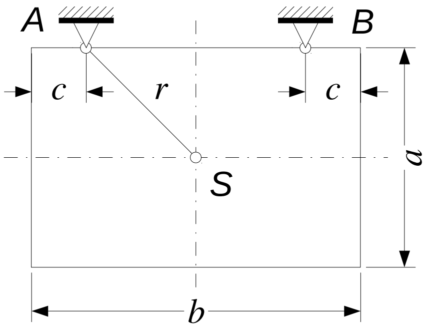
Daraus folgt für die Winkelbeschleunigung:

$$\dot{\omega} = -\frac{m\,g}{J_{Az}}\left(\frac{b}{2} - c\right)$$

Für das Massenträgheitsmoment bezüglich des Schwerpunkts gilt:

$$J_z^S = \frac{1}{12} m \left(a^2 + b^2\right)$$

Für das Massenträgheitsmoment bezüglich Punkt *A* gilt:



$$J_z^A = J_z^S + m r^2$$

Der Abstand r zwischen dem Schwerpunkt und dem Drehpunkt *A* berechnet sich zu

$$r = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - c\right)^2}\,.$$

Zahlenwerte:

$$J_z^S = \frac{1}{12} \cdot 10\,\mathrm{kg} \cdot \left(1^2\,\mathrm{m}^2 + 1{,}5^2\,\mathrm{m}^2\right) = 2{,}708\,\mathrm{kgm}^2$$

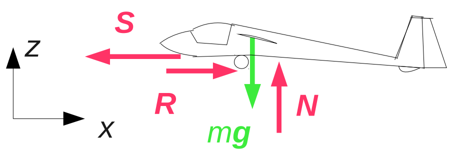
$$r^2 = 0{,}5^2\,\mathrm{m}^2 + (0{,}75 - 0{,}3)\,\mathrm{m}^2 = 0{,}4525\,\mathrm{m}^2$$

$$J_z^A = 2{,}708\,\mathrm{kgm}^2 + 10\,\mathrm{kg} \cdot 0{,}4525\,\mathrm{m}^2 = 7{,}233\,\mathrm{kgm}^2$$

$$\dot{\omega} = -\frac{10\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m/s}^2}{7{,}233\,\mathrm{kgm}^2} \cdot (0{,}75 - 0{,}3)\,\mathrm{m} = \underline{-6{,}103\,\mathrm{s}^{-2}}$$

Aufgabe 6

Schwerpunktsatz für das Segelflugzeug:



$$\sum F_x = m\,a_x \;:\; -S + R = -m\,a$$

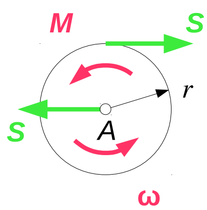
$$\rightarrow\; S = R + m\,a$$

$$\sum F_y = 0 \;:\; N - m\,g = 0 \;\rightarrow\; N = m\,g$$

Gleitreibungsgesetz: $R = \mu N = \mu\, m\, g$

Damit berechnet sich die Seilkraft zu

$$S = m(\mu\, g + a)\,.$$



Drallsatz für die Trommel: $J\dot{\omega} = M - r\,S \;\rightarrow\; M = J\dot{\omega} + r\,S$

Kinematik: $a = r\,\dot{\omega} \;\rightarrow\; \dot{\omega} = \dfrac{a}{r}$

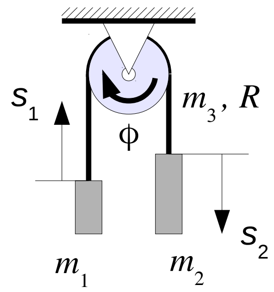
Damit berechnet sich das benötigte Drehmoment zu

$$M = J\frac{a}{r} + r\,m(\mu\, g + a)\,.$$

Zahlenwert:

$$M = 50\,\mathrm{kgm}^2 \cdot \frac{3\,\mathrm{m/s}^2}{0{,}75\,\mathrm{m}} + 0{,}75\,\mathrm{m} \cdot 350\,\mathrm{kg} \cdot \left(0{,}2 \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) = \underline{1503\,\mathrm{Nm}}$$

Aufgabe 7



Die einzige auf das Gesamtsystem, bestehend aus der Rolle und den zwei Massen, von außen wirkende Kraft ist die Gewichtskraft. Da die Gewichtskraft eine konservative Kraft ist, gilt der Energieerhaltungssatz.

Wahl der Freiheitsgrade:

- Die Verschiebung s_1 der Masse m_1 wird ab der Ruhelage positiv nach oben gemessen.
- Die Verschiebung s_2 der Masse m_2 wird ab der Ruhelage positiv nach unten gemessen.
- Die Verdrehung ϕ der Rolle wird ab der Ruhelage positiv im Uhrzeigersinn gemessen.

Kinematische Bindungen:

$$s_1 = s_2 = R\,\phi$$

Nullniveau für die Lageenergie:

Das Nullniveau für die Lageenergien der Massen m_1 und m_2 wird jeweils in ihre Ruhelage gelegt.

Kinetische Energien:

Zustand *A* (Ruhelage): $E_A^K = 0$

Zustand *B* (Auslenkung s_1): $E_B^K = \frac{1}{2} m_1 \dot{s}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{s}_2^2 + \frac{1}{2} J_3 \dot{\phi}^2$

Mit den kinematischen Beziehungen $\dot{s}_1 = \dot{s}_2$ und $\dot{\phi} = \dot{s}_2 / R$ sowie dem Massenträgheitsmoment

$$J_3 = \frac{1}{2} m_3 R^2$$

folgt: $E_B^K = \frac{1}{2}\left(m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m_3\right)\dot{s}_2^2$

Lageenergien:

Zustand *A*: $E_A^G = 0$

Zustand *B*: $E_B^G = m_1 g\, s_1 - m_2 g\, s_2 = (m_1 - m_2)\, g\, s_2$

Energieerhaltungssatz: $E_B^K + E_B^G = E_A^K + E_A^G$

$$\frac{1}{2}\left(m_1 + m_2 + \frac{1}{2} m_3\right)\dot{s}_2^2 + (m_1 - m_2)\, g\, s_2 = 0$$

$$\rightarrow \quad \dot{s}_2^2 = 2\,\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + m_3/2}\, g\, s_2$$

Für die Beschleunigung gilt:

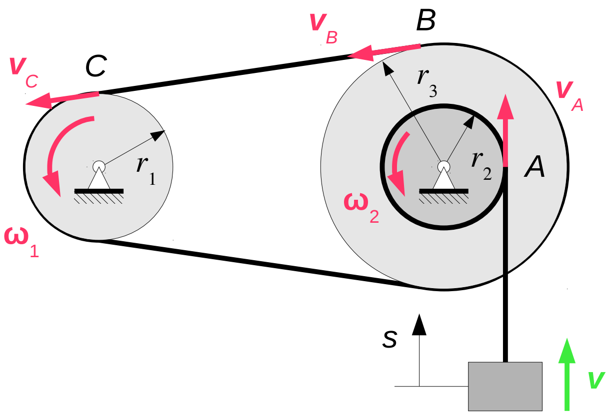
$$a_2 = \ddot{s}_2 = \frac{1}{2}\frac{d\dot{s}_2^2}{ds_2} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + m_3/2}\, g$$

Zahlenwert: $a_2 = \dfrac{10\,\mathrm{kg} - 5\,\mathrm{kg}}{5\,\mathrm{kg} + 10\,\mathrm{kg} + 1\,\mathrm{kg}} \cdot g = \underline{0{,}3125\, g} = \underline{3{,}066\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$

Aufgabe 8

a) Kinematische Beziehungen

Riemen und Seil sind dehnstarr.
Daher gilt:



$$v = v_A = r_2 \omega_2 \quad \rightarrow \quad \omega_2 = \frac{v}{r_2}$$

$$v_B = \omega_2 r_3 = v\,\frac{r_3}{r_2}$$

$$v_B = v_C = \omega_1 r_1$$

$$\rightarrow \quad \omega_1 = \frac{v_B}{r_1} = v\,\frac{r_3}{r_1 r_2}$$

b) Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Weg

An dem Gesamtsystem greift die Gewichtskraft und das Antriebsmoment an.
Die Aufgabe wird mit dem Arbeitssatz gelöst.

Zustand *A*: Ruhezustand

Zustand *B*: Die Masse m hat den Weg s nach oben zurückgelegt.

Das Nullniveau für die Lageenergie der Masse wird in die Ruhelage gelegt.

Kinetische Energien:

$$E_A^K = 0$$

$$E_B^K = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 = \frac{1}{2}\left[m + J_1 \left(\frac{r_3}{r_1 r_2} \right)^2 + \frac{J_2}{r_2^2} \right] v^2$$

Lageenergien:

$$E_A^G = 0$$

$$E_B^G = m\,g\,s$$

Arbeit des Antriebsmoments:

Wird der Winkel aus der Ruhelage gemessen, dann gilt: $W_{AB} = M_A\,\phi_1$

Aus $\dot{\phi}_1 = \omega_1 = v\,\dfrac{r_3}{r_1 r_2} = \dot{s}\,\dfrac{r_3}{r_1 r_2}$ folgt: $\phi_1 = s\,\dfrac{r_3}{r_1 r_2}$

Damit gilt: $W_{AB} = M_A\,\dfrac{r_3\,s}{r_1 r_2}$

Der Arbeitssatz lautet: $E_B^K + E_B^G - \left(E_A^K + E_A^G\right) = W_{AB}$

Einsetzen ergibt: $\dfrac{1}{2}\left[m + J_1\left(\dfrac{r_3}{r_1 r_2}\right)^2 + \dfrac{J_2}{r_2^2}\right]v^2 + m\,g\,s = M_A\,\dfrac{r_3\,s}{r_1 r_2}$

Daraus folgt:

$$v = \sqrt{\frac{2\left(\dfrac{M_A r_3}{r_1 r_2} - m\,g\right)s}{m + J_1\left(\dfrac{r_3}{r_1 r_2}\right)^2 + \dfrac{J_2}{r_2^2}}}$$

c) <u>Kleinstes Antriebsmoment</u>

Für das kleinste Antriebsmoment ist die Beschleunigung der Masse null. Bei ortsabhängiger Geschwindigkeit gilt für die Beschleunigung:

$$a = v\,\frac{dv}{ds} = \frac{1}{2}\,\frac{dv^2}{ds} = \frac{\dfrac{M_A r_3}{r_1 r_2} - m\,g}{m + J_1\left(\dfrac{r_3}{r_1 r_2}\right)^2 + \dfrac{J_2}{r_2^2}}$$

Aus $a = 0$ folgt: $M_{Amin} = \dfrac{r_1 r_2}{r_3}\,m\,g$

Zahlenwert:

$$M_{Amin} = \frac{0{,}3\,\mathrm{m}\cdot 0{,}25\,\mathrm{m}}{0{,}5\,\mathrm{m}}\cdot 100\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\mathrm{m} = \underline{147{,}2\,\mathrm{Nm}}$$

d) Beschleunigung

Mit $M_A = 2\,M_{Amin} = 2\,\dfrac{r_1 r_2}{r_3}\,m\,g$ folgt aus der Formel für die Beschleunigung:

$$a = \frac{m}{m + J_1\left(\dfrac{r_3}{r_1 r_2}\right)^2 + \dfrac{J_2}{r_2^2}}\,g = \frac{1}{1 + \dfrac{1}{m r_2^2}\left(J_1\left(\dfrac{r_3}{r_1}\right)^2 + J_2\right)}\,g$$

Zahlenwert:

$$a = \frac{1}{1 + \dfrac{1}{100\,\text{kg}\cdot 0{,}25^2\,\text{m}^2}\left(10\,\text{kgm}^2\cdot\left(\dfrac{0{,}5}{0{,}3}\right)^2 + 80\,\text{kgm}^2\right)}\,g = \underline{0{,}05481\,\text{g}}$$

Aufgabe 9

a) Trägheitsmomente für Ausführung 1

	AC	*CE*	*BD*	Σ
m	$2m$	m	$2m$	$5m$
x_S	0	$a/2$	$-a$	
z_S	a	$2a$	a	
J_z^S	0	$\frac{1}{12}m a^2$	$\frac{2}{3}m a^2$	$\frac{3}{4}m a^2$
$x_S^2 m$	0	$\frac{1}{4}m a^2$	$2 m a^2$	$\frac{9}{4}m a^2$
$-x_S z_S m$	0	$-m a^2$	$2 m a^2$	$m a^2$

Ergebnis: $J_{z1}^A = \left(\dfrac{3}{4} + \dfrac{9}{4}\right) m a^2 = 3 m a^2$, $J_{xz1}^A = m a^2$

b) Auswuchten

Statisch ausgewuchtet: $x_S = 0$

$$-a\,m_{BD} + \frac{a}{2}m_{CE} - \frac{a}{2}m_1 + \frac{a}{2}m_2 = 0 \quad \rightarrow \quad -m_1 + m_2 = 2\,m_{BD} - m_{CE} = 3\,m \qquad (1)$$

Dynamisch ausgewuchtet: $J_{xz2}^A = 0$

$$m\,a^2+a^2\,m_1-\frac{1}{2}a^2\,m_2=0 \quad\rightarrow\quad 2\,m_1-m_2=-2\,m \qquad (2)$$

Auflösen:

(1) + (2) $\rightarrow$ $m_1=m$

(1) $\rightarrow$ $m_2=3\,m+m_1=4\,m$

c) <u>Massenträgheitsmoment für Ausführung 2</u>

$$J_{xz\,2}^A=3\,m\,a^2+\frac{a^2}{4}\left(m_1+m_2\right)=\left(3+\frac{5}{4}\right)m\,a^2=\frac{17}{4}\,m\,a^2$$

Aufgabe 10

a) <u>Massenträgheitsmoment</u>

$$J^A=\frac{1}{2}\,m_A\left(2\,a\right)^2+\frac{2}{5}\,m_B\,a^2+m_B\left(6\,a\right)^2$$

Einsetzen und Zusammenfassen ergibt:

$$J^A=\left(2\cdot 9+\frac{2}{5}\cdot 5+5\cdot 36\right)m\,a^2=200\,m\,a^2$$

b) <u>Winkelgeschwindigkeit</u>

Zustand *A*: dargestellte Lage; Zustand *B*: beliebige ausgelenkte Lage

Nullniveau für die Lageenergie der Kugel: Lage im Zustand *A*

Energien:

	Zustand *A*	Zustand *B*
E^G	0	$-6\,a\sin\left(\phi\right)m_B\,g$
E^F	0	$\frac{1}{2}\,c\left(2\,a\,\phi\right)^2$
E^K	0	$\frac{1}{2}\,J^A\,\omega^2$

Energieerhaltungssatz:

$$0=-6\,a\sin\left(\phi\right)m_B\,g+2\,c\,a^2\,\phi^2+\frac{1}{2}\,J^A\,\omega^2$$

Einsetzen ergibt:

$$100\, m\, a^2\, \omega^2 = 30\, m\, g\, a \sin(\phi) - 2\, c\, a^2\, \phi^2$$

Daraus folgt:

$$\omega^2 = \frac{3}{10}\frac{g}{a}\sin(\phi) - \frac{1}{50}\frac{c}{m}\phi^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3}{10}\frac{g}{a}\sin(\phi) - \frac{1}{50}\frac{c}{m}\phi^2}$$

c) <u>Winkelbeschleunigung</u>

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2}\frac{d\,\omega^2}{d\,\phi} = \frac{3}{20}\frac{g}{a}\cos(\phi) - \frac{1}{50}\frac{c}{m}\phi$$