

2.1 Bewegungsgleichung

Aufgaben

Aufgabe 1

In der aufsteigende Kabine eines Fahrstuhls wird ein Körper mit einer Federwaage gewogen. Die Masse des Körpers beträgt 5 kg. Die Federwaage zeigt eine Kraft von 52 N an. Wie groß ist die Beschleunigung der Kabine?

(Ergebnis: 0,59 m/s²)

Aufgabe 2

Beim Fall in Luft ist der Luftwiderstand W proportional zum Quadrat der Fallgeschwindigkeit v : $W = k v^2$

- Wie lautet die Bewegungsgleichung für einen Körper der Masse m ?
- Welche Grenzgeschwindigkeit v_G erreicht der Körper?
- Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf $v(t)$ der Geschwindigkeit, wenn der Körper aus der Ruhe losgelassen wird.
- Nach welcher Zeit t_H hat der Körper gerade die halbe Grenzgeschwindigkeit v_G erreicht?

Zahlenwerte: $m = 5$ kg, $k = 0,0162$ kg/m

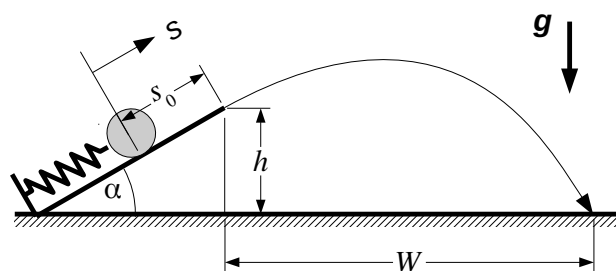
(Ergebnis: $v_G = 198$ km/h, $t_H = 3,08$ s)

Aufgabe 3

Auf einem Katapult befindet sich eine Kugel der Masse m , die durch eine Feder mit der Federkonstanten c beschleunigt wird. Die Feder ist am Anfang um die Strecke s_0 zusammengedrückt.

Für die Kraft, die die Feder auf die Kugel ausübt, gilt: $F = c(s_0 - s)$

Während der Beschleunigung gleitet die Kugel auf dem Katapult. Der Reibungskoeffizient zwischen Kugel und Ka-



tapult ist μ .

- Mit welcher Geschwindigkeit v_0 verlässt die Kugel das Katapult?
- Wie groß ist die Wurfweite W ?

Zahlenwerte: $m = 10 \text{ kg}$, $\alpha = 30^\circ$, $c = 10 \text{ N/mm}$, $s_0 = 200 \text{ mm}$, $\mu = 0,2$, $h = 0,2 \text{ m}$
(Ergebnis: $v_0 = 6,112 \text{ m/s}$; $W = 3,614 \text{ m}$)

Aufgabe 4

Ein Meteorit der Masse m fliegt auf gerader Bahn der Erde (Masse M) entgegen. Auf ihn wirkt die Anziehungskraft

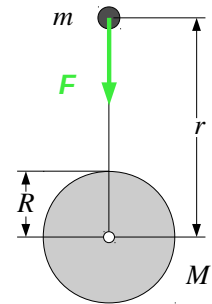
$$F = \gamma \frac{M m}{r^2},$$

die zum Erdmittelpunkt hin zeigt. Im Abstand r_0 vom Erdmittelpunkt hat er die Geschwindigkeit v_0 .

Mit welcher Geschwindigkeit v_E schlägt er auf der Erde auf, wenn Widerstandskräfte vernachlässigt werden?

Zahlenwerte: $m = 5 \text{ kg}$, $M = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R = 6371 \text{ km}$, $\gamma = 6,670 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$,
 $r_0 = 10000 \text{ km}$, $v_0 = 1000 \text{ km/h}$

(Ergebnis: $v_E = 24270 \text{ km/h}$)



Aufgabe 5

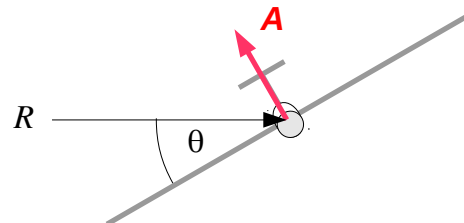
Beim schiefen Wurf in der Luft greift am Massenpunkt außer der Gewichtskraft noch die Luftwiderstandskraft W an. Der Luftwiderstand wirkt entgegengesetzt zum Geschwindigkeitsvektor, und sein Beitrag ist proportional zum Quadrat der Bahngeschwindigkeit, d. h. $W = k v^2$.

Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf.

Aufgabe 6

Ein Segelflugzeug der Masse m fliegt mit einer konstanten Bahngeschwindigkeit v auf einer Kreisbahn mit Radius R . Die Auftriebskraft A steht senkrecht auf dem Flugzeug.

- Bestimmen Sie die Schräglage θ und den Betrag der Auftriebskraft A .
- Welche Kraft F_P wirkt auf den Pilot



(Masse m_p)?

Zahlenwerte: $m = 320$ kg (Flugzeug mit Pilot), $m_p = 70$ kg (Pilot), $R = 100$ m,
 $v = 100$ km/h

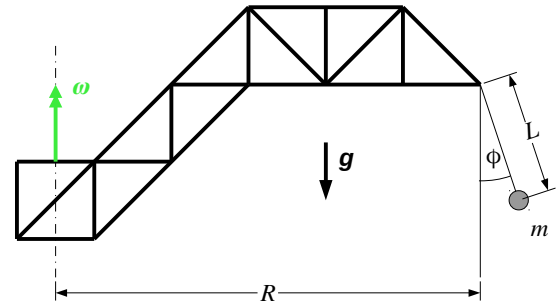
(Ergebnis: $\theta = 38,19^\circ$, $A = 3993$ N, $F_p = 873,7$ N)

Aufgabe 7

An der Spitze eines Kranarms, der sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω dreht, hängt an einem Seil der Länge L die Masse m .

Wie groß ist der Winkel ϕ und die Kraft S im Seil?

Hinweis: Der Winkel ist so klein, dass die Näherung $\sin(\phi) \approx \tan(\phi)$ verwendet werden kann.



Zahlenwerte: $\omega = 0,2$ s⁻¹, $R = 5$ m, $L = 2$ m, $m = 100$ kg

(Ergebnis: $\phi = 1,178^\circ$, $S = 981,2$ N)

Aufgabe 8

Bestimmen Sie die Kräfte, die an einem Fahrzeug der Masse m angreifen müssen, wenn es mit der konstanten Geschwindigkeit v_0 eine Klothoide durchfährt.

Für den Einheitstangentenvektor der Klothoide gilt:

$$\mathbf{e}_t(s) = \cos\left(\frac{s^2}{2R^2}\right)\mathbf{e}_x + \sin\left(\frac{s^2}{2R^2}\right)\mathbf{e}_y$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich das Fahrzeug an der Stelle $s = 0$.

(Ergebnis: $F_x(t) = -m \frac{v_0^3 t}{R^2} \sin\left(\frac{v_0^2 t^2}{2R^2}\right)$, $F_y(t) = m \frac{v_0^3 t}{R^2} \cos\left(\frac{v_0^2 t^2}{2R^2}\right)$)

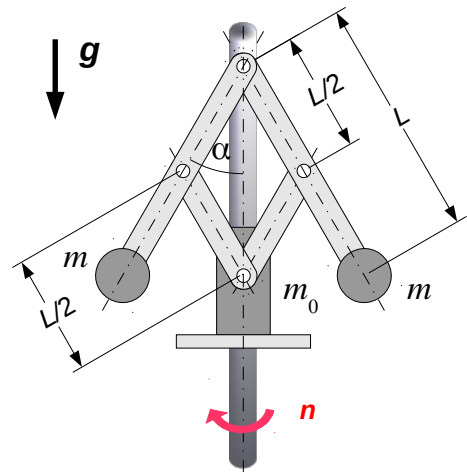
Aufgabe 9

Bei welcher Drehzahl n können die Fliehgewichte der Masse m des Fliehkraftreglers die Muffe der Masse m_0 aus der gezeichneten Lage anheben?

Das Eigengewicht der Stangen und Reibung können vernachlässigt werden.

Zahlenwerte: $m = 1 \text{ kg}$, $m_0 = 10 \text{ kg}$, $\alpha = 30^\circ$, $L = 20 \text{ cm}$

(Ergebnis: $n = 176 \text{ min}^{-1}$)

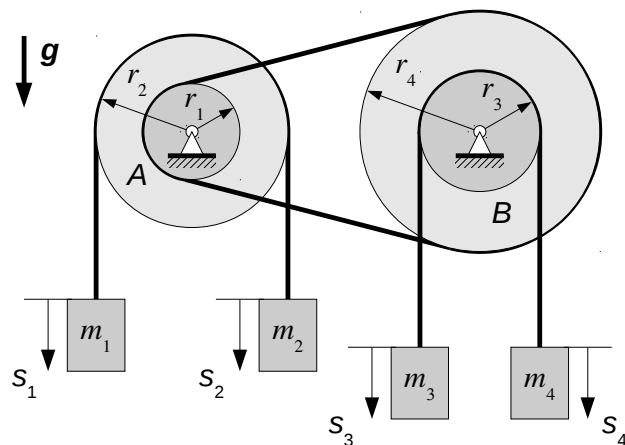


Aufgabe 10

Die beiden Rollen A und B sind reibungsfrei gelenkig gelagert und durch einen elastischen Riemen verbunden, der auf den Rollen haftet.

Über den äußeren Umfang der Rolle A verläuft ein dehntstarres Seil, an dem die beiden Massen m_1 und m_2 befestigt sind.

Über den inneren Umfang der Rolle B verläuft ein dehntstarres Seil, an dem die Massen m_3 und m_4 befestigt sind.



Die Rollen, die Seile und der Riemen sind masselos.

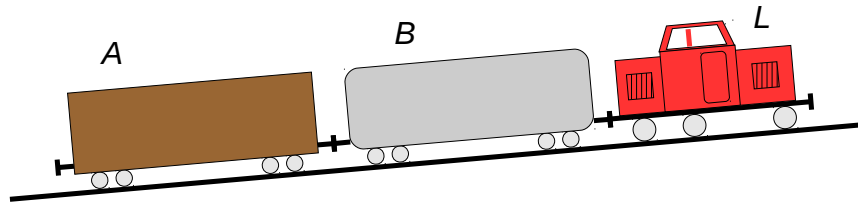
- Geben Sie die Lagekoordinaten s_2 , s_3 und s_4 in Abhängigkeit von der Lagekoordinaten s_1 an.
- Ermitteln Sie die Beschleunigungen a_1 , a_2 , a_3 und a_4 der Massen.
- Ermitteln Sie die Seilkräfte S_1 bis S_4 in den Seilen, an denen die Massen hängen.

Hinweis zu b): Verwenden Sie die Momentengleichgewichtsbedingungen für die beiden Rollen, um die Kräfte im Riemen zu eliminieren, und die Bewegungsgleichungen für die vier Massen, um die Seilkräfte zu eliminieren.

Zahlenwerte: $r_1 = 10 \text{ cm}$, $r_2 = 20 \text{ cm}$, $r_3 = 15 \text{ cm}$, $r_4 = 30 \text{ cm}$, $m_1 = 60 \text{ kg}$, $m_2 = 24 \text{ kg}$, $m_3 = 36 \text{ kg}$, $m_4 = 60 \text{ kg}$

(Ergebnis: $s_2 = -s_1$, $s_3 = s_1/4$, $s_4 = -s_3$; $a_1 = g/3$, $a_2 = -a_1$, $a_3 = g/12$, $a_4 = -a_3$; $S_1 = 392,4$ N, $S_2 = 313,9$ N, $S_3 = 323,7$ N, $S_4 = 637,7$ N)

Aufgabe 11



Die Lokomotive L der Masse m_L fährt auf einer Strecke mit einer Steigung von 1 % mit der Beschleunigung a an. Sie zieht die Waggon A und B mit den Massen m_A und m_B .

- Wie groß ist die hierfür nötige Antriebskraft F_L der Lokomotive?
- Wie groß sind die Kräfte F_{LB} und F_{AB} in den Kupplungen zwischen der Lokomotive und Waggon B bzw. zwischen Waggon A und Waggon B ?

Daten: $m_L = 55$ t, $m_A = 45$ t, $m_B = 30$ t, $a = 0,5$ m/s²

(Ergebnis: $F_L = 77,75$ kN, $F_{LB} = 44,86$ kN, $F_{AB} = 26,91$ kN)