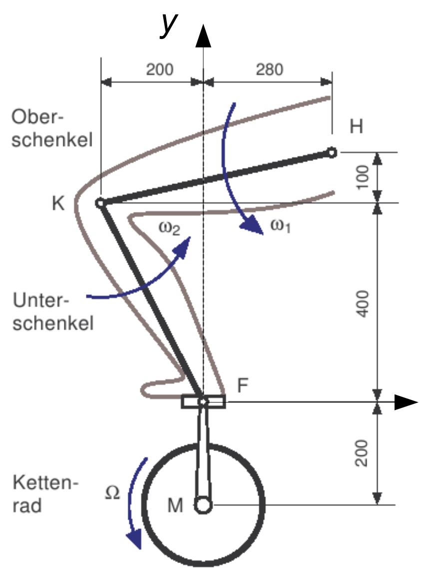
3.2 Momentanpol

Aufgaben

Aufgabe 1



Quelle: FH Regensburg, Prüfung SS 2004

Beim Fahrradfahren wird die Bewegung der Beine über das Pedal auf die Drehung des Kettenrades übertragen.

Das Bein wird über einen zweigliedrigen Gelenkmechanismus modelliert, der im Hüftgelenk *H* mit dem Fahrrad und im Fußgelenk *F* mit dem Pedal verbunden ist.

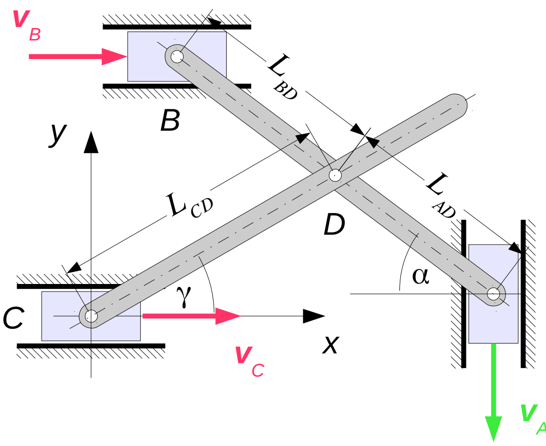
a) Bestimmen Sie für die dargestellte Stellung die Koordinaten des Momentanpols des Unterschenkels im angegebenen Koordinatensystem.

b) Mit welchen Winkelgeschwindigkeiten ω_1 und ω_2 müssen in der dargestellten Stellung Ober- und Unterschenkel bewegt werden, damit sich das Kettenrad mit der Winkelgeschwindigkeit Ω dreht?

Zahlenwert: $\Omega = 3\ s^{-1}$

(Ergebnis: $x_\Pi = 0$; $y_\Pi = 441{,}67$; $\omega_1 = -0{,}566\ s^{-1}$, $\omega_2 = -1{,}358\ s^{-1}$)

Aufgabe 2



Die Träger *AB* und *CD* sind im Punkt *D* gelenkig miteinander verbunden und in den Punkten *A*, *B* und *C* gelenkig an die Gleitsteine angeschlossen, die in den entsprechenden Führungen gleiten. Der Gleitstein *A* bewegt sich mit der Geschwindigkeit v_A nach unten.

a) Bestimmen Sie die Koordinaten der Momentanpole der Träger *AB* und *CD* für die dargestellte Lage.

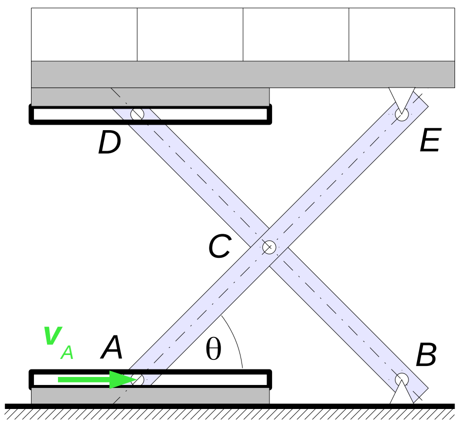
b) Wie groß sind die Winkelgeschwindigkeiten ω_{AB} und ω_{CD} der Träger *AB* und *CD* und die Geschwindigkeiten v_B und v_C zum dargestellten Zeitpunkt?

Zahlenwerte: $L_{AD} = 300$ mm, $L_{BD} = 250$ mm, $L_{CD} = 400$ mm, $\alpha = 36{,}87°$, $\gamma = 30°$, $v_A = 4$ m/s

(Ergebnis: $x_{AB} = 146{,}4$ mm, $y_{AB} = 20$ mm, $x_{CD} = 0$ mm, $y_{CD} = -112{,}0$ mm, $\omega_{AB} = 9{,}091\ \mathrm{s}^{-1}$ ↻, $\omega_{CD} = 5{,}245\ \mathrm{s}^{-1}$ ↻, $v_B = 3$ m/s, $v_C = 0{,}5875$ m/s)

Aufgabe 3

Die abgebildete Hebebühne besteht aus dem Mechanismus *ABCDE*. Gelenkpunkt *B* ist fest mit dem Boden verbunden. Gelenkpunkt *E* ist fest mit der Bühne verbunden. Die Gelenkpunkte *A* und *D* sind in horizontaler Richtung verschiebbar. Die Träger *AE* und *BD* sind im Punkt *C* gelenkig miteinander verbunden.



Zum Anheben wird Punkt *A* mit der konstanten Geschwindigkeit v_A nach rechts bewegt.

a) Wie hängt die Geschwindigkeit v, mit der sich die Bühne hebt, von dem Winkel θ und der Geschwindigkeit v_A ab?

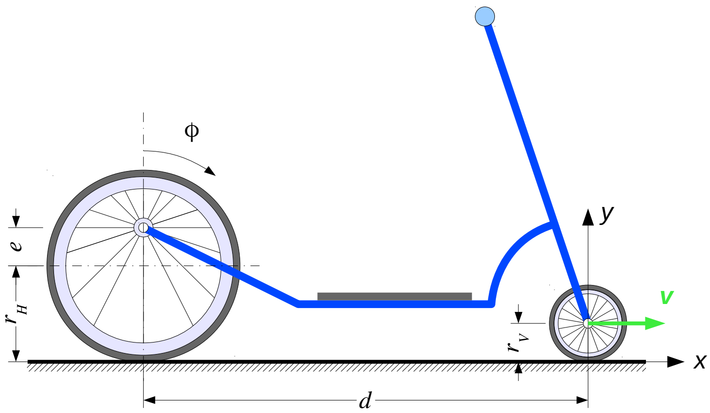
b) Welche Zahlenwerte für die Geschwindigkeit v ergeben sich für die Winkel θ_1 und θ_2?

Zahlenwerte: $v_A = 0{,}6$ m/s, $\theta_1 = 40°$, $\theta_2 = 50°$

(Ergebnis: $v(40°) = 0{,}7151$ m/s, $v(50°) = 0{,}5035$ m/s)

Aufgabe 4

Ein Ingo-Bike ist ein Roller, bei dem das Hinterrad exzentrisch angeschlossen ist. Es wird angetrieben, indem sich der Fahrer auf der Plattform vorwärts und rückwärts bewegt.



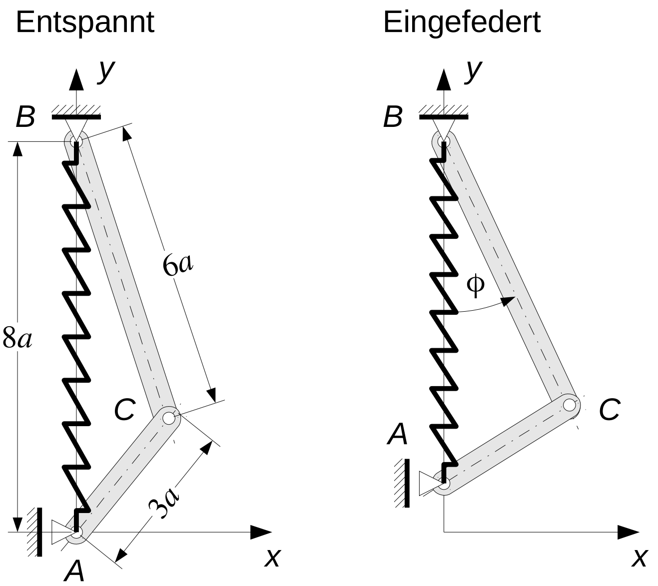
a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Momentanpols des Rahmens in Abhängigkeit vom Winkel ϕ, um den sich das Hinterrad dreht, im eingezeichneten Koordinatensystem, das sich mit der Geschwindigkeit der Nabe des Vorderrads mitbewegt.

b) Welche Beziehung gilt für die Winkelgeschwindigkeit ω_R des Rahmens?

(Ergebnis: $y_\Pi = \left(r_H + e\cos(\phi)\right)\left(1 + \dfrac{\sqrt{e^2\sin^2(\phi) + 2\left(r_H - r_V\right)e\left(1-\cos(\phi)\right) + d^2}}{e\sin(\phi)}\right)$;
$\omega_R = v/\left(y_\Pi - r_V\right)$)

Aufgabe 5

Der Stab *AC* ist im Punkt *C* gelenkig mit dem Stab *BC* verbunden. Im Punkt *A* befindet sich ein Loslager, das sich in vertikaler Richtung frei verschieben kann. Im Punkt *B* befindet sich ein Festlager. Die beiden Lager sind durch eine Feder verbunden.



a) Bestimmen Sie die Koordinate $y_A(\phi)$ von Punkt *A* für eine beliebige eingefederte Lage.

b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Momentenpols *Π* der Stange *AC* für eine beliebige eingefederte Lage.

c) Geben Sie die Winkelgeschwindigkeit ω_{AC} der Stange *AC* in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit $\omega_{BC} = \dot{\phi}$ der Stange *BC* und vom Winkel ϕ an (positiv im Gegenuhrzeigersinn).

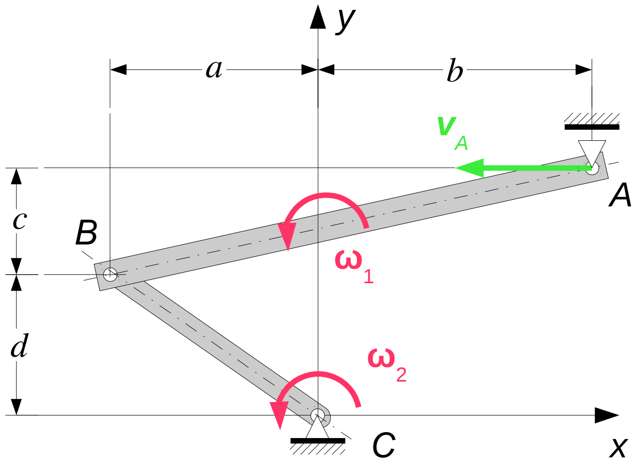
(HM, WS 2014)

(Ergebnis: a) $y_A = 8a - 3a\left(2\cos(\phi) + \sqrt{1-4\sin^2(\phi)}\right)$;

b) $x_\Pi = 3a\left(2\sin(\phi) + \tan(\phi)\sqrt{1-4\sin^2(\phi)}\right)$, $y_\Pi = y_A$;

c) $\omega_{AC} = -\dfrac{2\cos(\phi)}{\sqrt{1-4\sin^2(\phi)}}\,\omega_{BC}$)

Aufgabe 6



Beim Schließen des Garagentors *AB* bewegt sich der Punkt *A* in waagerechter Richtung mit der Geschwindigkeit v_A. Die im Punkt *B* gelenkig angeschlossene Stütze *BC* dreht sich um den ortsfesten Punkt *C*.

a) Ermitteln Sie für die dargestellte Lage die Koordinaten x_Π und y_Π des Momentanpols des Garagentors im eingezeichneten Koordinatensystem.

b) Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit ω_1 des Garagentors und die Winkelgeschwindigkeit ω_2 der Stütze.

Gegeben: $a = 124$ cm, $b = 169$ cm, $c = 65$ cm, $d = 85$ cm, $v_A = 0{,}2$ m/s

(HM, WS 2020)

(Ergebnis: a) $x_\Pi = 169{,}0$ cm, $y_\Pi = -115{,}8$ cm; b) $\omega_1 = 0{,}07524$ 1/s, $\omega_2 = 0{,}1778$ 1/s)