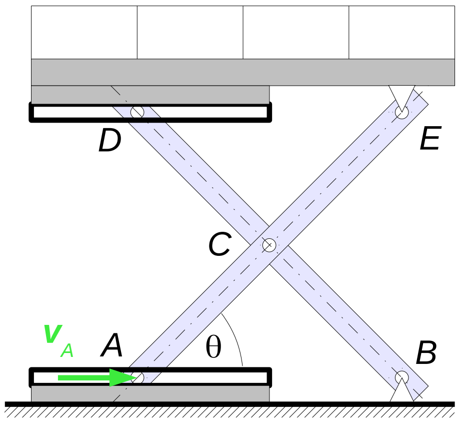
3.3 Analytische Kinematik

Aufgaben

Aufgabe 1

Die abgebildete Hebebühne besteht aus dem Mechanismus *ABCDE*. Gelenkpunkt *B* ist fest mit dem Boden verbunden. Gelenkpunkt *E* ist fest mit der Bühne verbunden. Die Gelenkpunkte *A* und *D* sind in horizontaler Richtung verschiebbar. Die Träger *AE* und *BD* sind im Punkt *C* gelenkig miteinander verbunden.



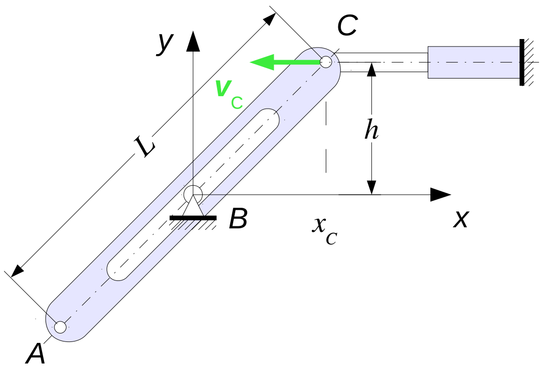
Zum Anheben wird Punkt *A* mit der konstanten Geschwindigkeit v_A nach rechts bewegt.

Bestimmen Sie die Abhängigkeit der Geschwindigkeit v, mit der sich die Bühne hebt, vom Winkel θ und der Geschwindigkeit v_A aus den geometrischen Beziehungen.

(Ergebnis: $v = v_A \cot(\theta)$)

Aufgabe 2

Der Träger *AC* hat ein Langloch, in dem sich der Bolzen *B* befindet, der festgehalten wird. Im Punkt *C* ist ein Hubzylinder angeschlossen, der Punkt *C* mit der konstanten Geschwindigkeit v_C nach links verschiebt.



a) Ermitteln Sie die Winkelgeschwindigkeit ω_{AC} des Trägers *AC* in Abhängigkeit von der Koordinate x_C.

b) Ermitteln Sie die Komponenten v_{Ax} und v_{Ay} der Geschwindigkeit von Punkt *A* in Abhängigkeit von der Koordinate x_C.

Verwenden Sie zur Lösung die geometrischen Beziehungen und überprüfen Sie das Ergebnis mithilfe des Momentanpols des Trägers *AC*.

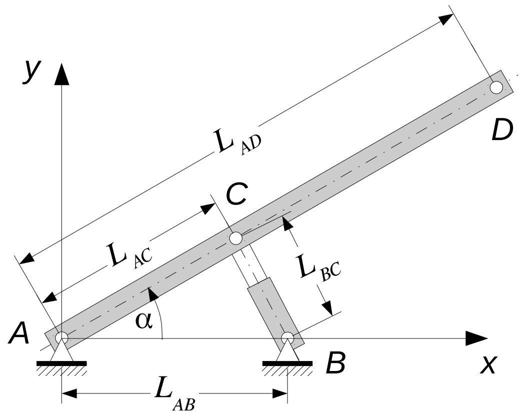
(Ergebnis: $\omega_{AC}=\frac{h\,v_C}{x_C^2+h^2}$; $v_{Ax}=\left(\frac{L}{h}\frac{1}{\sqrt{1+\left(x_C/h\right)^2}}-1-\left(\frac{x_C}{h}\right)^2\right)\frac{v_C}{1+\left(x_C/h\right)^2}$,

$v_{Ay}=-\frac{L}{h}\frac{x_C/h}{\sqrt{\left(1+\left(x_C/h\right)^2\right)^3}}v_C$)

Aufgabe 3

Der abgebildete Kran besteht aus dem Kranarm *AD* und dem gelenkig angeschlossenen Hubzylinder *BC*. Der Hubzylinder wird mit der konstanten Geschwindigkeit v_0 ausgefahren, d. h. es gilt:

$$L_{BC}(t)=L_0+v_0\,t$$



a) Bestimmen Sie den Kosinus des Winkels $\alpha(t)$ in Abhängigkeit von den Längen L_{AB}, L_{AC} und $L_{BC}(t)$.

b) Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit $\omega_{AD}(t)=\dot{\alpha}(t)$ des Kranarms *AD* in Abhängigkeit von den Längen und dem Winkel α.

c) Bestimmen Sie die Bahngeschwindigkeit $v_D(t)$ des Punktes *D* und die Komponenten $v_{Dx}(t)$ und $v_{Dy}(t)$ seines Geschwindigkeitsvektors.

d) Bestimmen Sie die Bahnbeschleunigung $a_{Dt}(t)$ und die Normalbeschleunigung $a_{Dn}(t)$ des Punktes *D*.

Hinweis: Zur Lösung von Teilaufgabe a) benötigen Sie den Kosinussatz.

Gegeben: L_{AB}, L_{AC}, L_{AD}, L_0, v_0

(HM, Prüfung SS 2017)

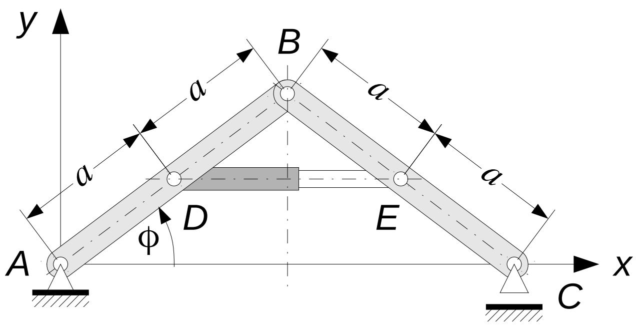
(Ergebnis: a) $\cos(\alpha)=\frac{L_{AB}^2+L_{AC}^2-L_{BC}^2(t)}{2\,L_{AB}\,L_{AC}}$; b) $\omega_{AD}=\frac{v_0}{L_{AB}\,L_{AC}}\frac{L_{BC}(t)}{\sin(\alpha(t))}$;

c) $v_D=v_0\frac{L_{AD}\,L_{BC}(t)}{L_{AB}\,L_{AC}\sin(\alpha(t))}$, $v_{Dx}=-v_0\frac{L_{AD}\,L_{BC}(t)}{L_{AB}\,L_{AC}}$, $v_{Dy}=v_0\frac{L_{AD}\,L_{BC}(t)}{L_{AB}\,L_{AC}}\cot(\alpha(t))$;

d) $a_{Dt}=v_0\frac{L_{AD}}{L_{AB}\,L_{AC}}\frac{v_0\sin(\alpha(t))-\omega_{AD}\,L_{BC}(t)\cos(\alpha(t))}{\sin^2(\alpha(t))}$, $a_{Dn}=\frac{v_0^2\,L_{AD}}{L_{AB}^2\,L_{AC}^2}\frac{L_{BC}^2(t)}{\sin^2(\alpha(t))}$)

Aufgabe 4

Das abgebildete System besteht aus den starren Trägern *AB* und *BC*, die im Punkt *B* gelenkig miteinander verbunden sind. In den Punkten *D* und *E* ist der Hubzylinder *DE* gelenkig angeschlossen.



Der Hubzylinder wird mit der konstanten Geschwindigkeit v_0 ausgefahren. Für seine Länge gilt: $L_{DE}(t) = L_0 + v_0 t$

a) Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte *C* und *E* in Abhängigkeit vom Winkel ϕ.

b) Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\phi}$ des Trägers *AB* sowie die Geschwindigkeiten der Punkte *C* und *E* in Abhängigkeit vom Winkel ϕ und der Geschwindigkeit v_0.

c) Bestimmen Sie die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega} = \ddot{\phi}$ des Trägers *AB* und die Beschleunigung von Punkt *E* in Abhängigkeit vom Winkel ϕ und der Geschwindigkeit v_0.

Gegeben: a, v_0

(HM, Prüfung WS 2017)

(Ergebnis: a) $x_C = 4a\cos(\phi)$, $y_C = 0$, $x_E = 3a\cos(\phi)$, $y_E = a\sin(\phi)$;

b) $\omega = -\dfrac{v_0}{a}\dfrac{1}{2\sin(\phi)}$, $v_{Cx} = 2v_0$, $v_{Cy} = 0$, $v_{Ex} = 1{,}5v_0$, $v_{Ey} = -v_0\cot(\phi)/2$;

c) $\dot{\omega} = -\dfrac{v_0^2}{4a^2}\dfrac{\cos(\phi)}{\sin^3(\phi)}$, $a_{Ex} = 0$, $a_{Ey} = -\dfrac{v_0^2}{4a}\dfrac{1}{\sin^3(\phi)}$)