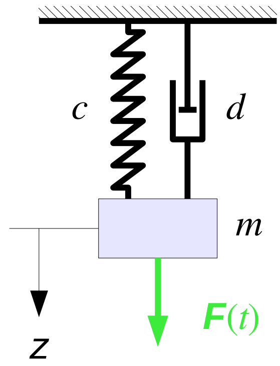
5.3 Erzwungene Schwingungen

Aufgaben

Aufgabe 1



Das abgebildete elastische System besteht aus der Masse m, der Feder mit der Federkonstanten c und dem Dämpfer mit der Dämpferkonstanten d. An der Masse greift die harmonische Kraft

$$F(t)=F_a\cos(\Omega t)$$

an.

a) Ermitteln Sie die Eigenkreisfrequenz ω der ungedämpften Schwingung, die Abklingkonstante δ, das Lehrsche Dämpfungsmaß D und die Eigenkreisfrequenz ω_d der gedämpften Schwingung.

b) Unterhalb welchem Wert Ω_s muss die Erregerkreisfrequenz Ω liegen, damit eine quasistatische Betrachtung durchgeführt werden darf? Was gilt in diesem Frequenzbereich für den Phasenwinkel der Verschiebung?

c) Welchen Wert V_{Fres} nimmt der dynamische Überhöhungsfaktor an, wenn die Erregerkreisfrequenz Ω mit der Eigenkreisfrequenz ω übereinstimmt?

d) Ab welchem Wert Ω_d der Erregerkreisfrequenz überwiegt die Trägheitskraft? Was gilt in diesem Frequenzbereich für den Phasenwinkel der Verschiebung?

Zahlenwerte: $c = 5000$ N/m, $m = 2$ kg, $d = 4$ kg/s

(Ergebnis: $\omega = 50\ \mathrm{s}^{-1}$, $\delta = 1\ \mathrm{s}^{-1}$, $D = 2\ \%$, $\omega_d = 49{,}99\ \mathrm{s}^{-1}$; $\Omega_s = 15\ \mathrm{s}^{-1}$; $V_{Fres} = 25{,}00$; $\Omega_d = 150\ \mathrm{s}^{-1}$)

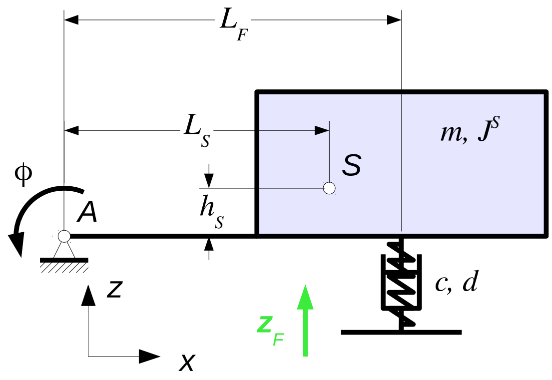
Aufgabe 2

Das Berechnungsmodell eines einachsigen Anhängers besteht aus einer Masse m mit Massenträgheitsmoment J^S bezüglich des Schwerpunkts, einer Feder mit der Federkonstanten c und einem Dämpfer mit der Dämpferkonstanten d. Die Kupplung wird als Festlager betrachtet.

Die Unebenheit der Fahrbahn wird durch

$$z_F(x) = z_{Fa} \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right)$$

beschrieben. Der Winkel ϕ, der die Auslenkung beschreibt, darf als klein angenommen werden.



a) Ermitteln Sie die Eigenkreisfrequenz ω und das Lehrsche Dämpfungsmaß D.

b) Geben Sie die Beziehungen an, mit denen sich die Komponenten der Absolutbeschleunigung des Schwerpunkts und der Kraft im Punkt *A* in Abhängigkeit von der konstanten Fahrgeschwindigkeit v berechnen lassen.

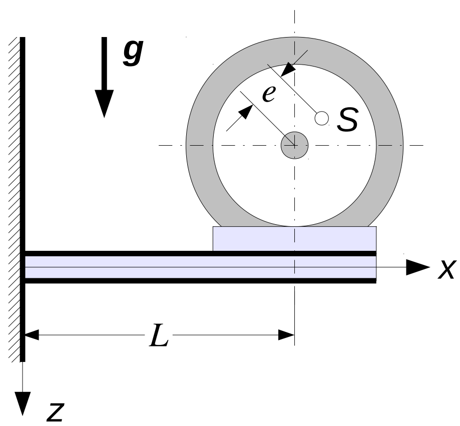
c) Stellen Sie die zeitlichen Verläufe der Komponenten der Absolutbeschleunigung des Schwerpunkts und der Kraft im Punkt *A* für die Fahrgeschwindigkeit v im Bereich $0 \leq t \leq T$ graphisch dar.

Zahlenwerte: m = 500 kg, J^S = 250 kgm^2, c = 250 N/mm, d = 3000 kg/s, L_F = 2 m, L_S = 1,5 m, h_S = 0,5 m, λ = 4 m, z_{Fa} = 5 mm, v = 15 m/s, T = 1 s

(Ergebnis: ω = 25,82 s^{-1}, D = 0,1549; Maximale Amplituden: a_{Sxmax} = 2,195 m/s^2, a_{Szmax} = 6,586 m/s^2, A_{xmax} = 1098 N, A_{zmax} = 8,654 N)

Aufgabe 3

Ein Elektromotor mit dem Gesamtgewicht G ist auf dem freien Ende eines fest eingespannten Trägers montiert. Der Elastizitätsmodul des Trägers ist E. Der Anker des Motors hat die Drehzahl n; das Gewicht des Ankers ist G_A. Sein Schwerpunkt *S* ist gegenüber der Wellenachse um die Exzentrizität e verschoben.



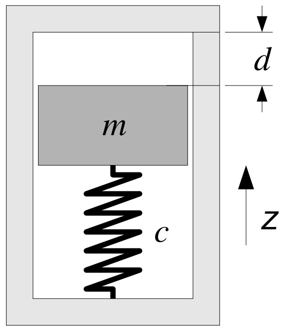
a) Welche Bedingungen für die statische Durchbiegung z_s des Trägers unter dem Gewicht des Elektromotors müssen erfüllt sein, damit die Amplitude der erzwungenen Vertikalschwingung eine maximale Amplitude z_{max} nicht überschreitet?

b) Welche Bedingungen folgen daraus für das Flächenträgheitsmoment I_y des Trägers?

Zahlenwerte: $G = 12$ kN, $G_A = 2$ kN, $E = 2 \cdot 10^5$ N/mm², $L = 1{,}5$ m, $n = 1500$ 1/min, $e = 0{,}05$ mm, $z_{max} = 0{,}5$ mm

(Ergebnis: $z_s \le 0{,}3910$ mm oder $z_s \ge 0{,}4043$ mm; $I_y \ge 17260$ cm^4 oder $I_y \le 16700$ cm^4)

Aufgabe 4



Ein Klotz (Masse m) befindet sich in einem Gehäuse. Er wird seitlich reibungsfrei geführt und ist über eine lineare Feder (Federkonstante c) mit dem Gehäuse verbunden.

In der Ruhelage ist die Feder entspannt, und der Klotz hat nach oben den Abstand d vom Gehäuse. Das Gehäuse bewegt sich mit

$$z(t) = h \cos(\Omega t)$$

in z-Richtung.

Von der Dämpfung ist nur bekannt, dass das Lehrsche Dämpfungsmaß kleiner als 5 % ist.

a) Bestimmen Sie die Kreisfrequenz ω der freien ungedämpften Schwingung des Klotzes.

b) Für welche Erregerkreisfrequenzen Ω stößt der Klotz oben an das Gehäuse?

c) Hat der genaue Wert des Lehrschen Dämpfungsmaßes einen wesentlichen Einfluss auf das Ergebnis (Begründung)?

Gegeben: $m = 200$ g, $c = 5$ kN/m, $h/d = 3/4$

(HM, Prüfung SS 2019)

(Ergebnis: a) $\omega = 158{,}1\ \text{s}^{-1}$; b) $119{,}5\ \text{s}^{-1} < \Omega < 316{,}2\ \text{s}^{-1}$)