2. Räumliche Bewegung

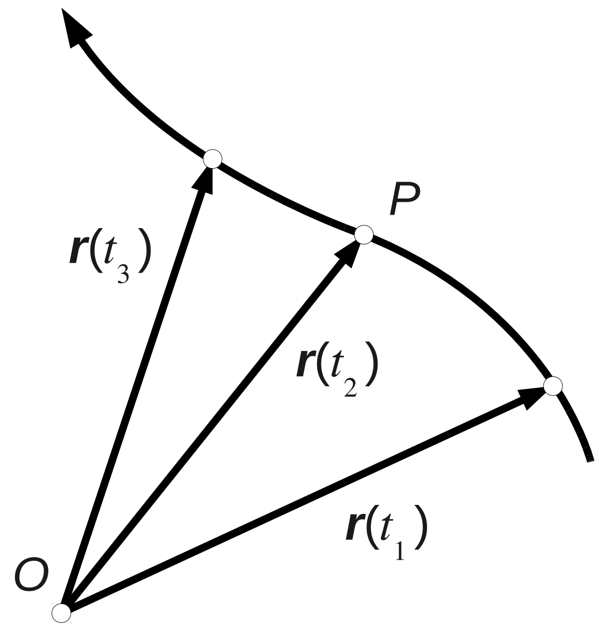
2. Räumliche Bewegung

- Wenn die Bahn des Punkts nicht bekannt ist, reicht die Angabe einer Koordinate nicht aus, um seinen Ort im Raum zu bestimmen.
- Es muss ein Ortsvektor angegeben werden.

2. Räumliche Bewegung

2.1 Ortsvektor und Bahnkurve

- Ortsvektor:
  - Der Ortsvektor eines Punktes *P* zeigt vom Ursprung *O* zum Punkt *P*.
- Bahnkurve:
  - Die Bahnkurve ist die Gesamtheit aller Orte, die der Punkt im Laufe der Zeit einnimmt.
  - Die Bahnkurve wird durch den zeitabhängigen Ortsvektor $\boldsymbol{r}(t)$ beschrieben.



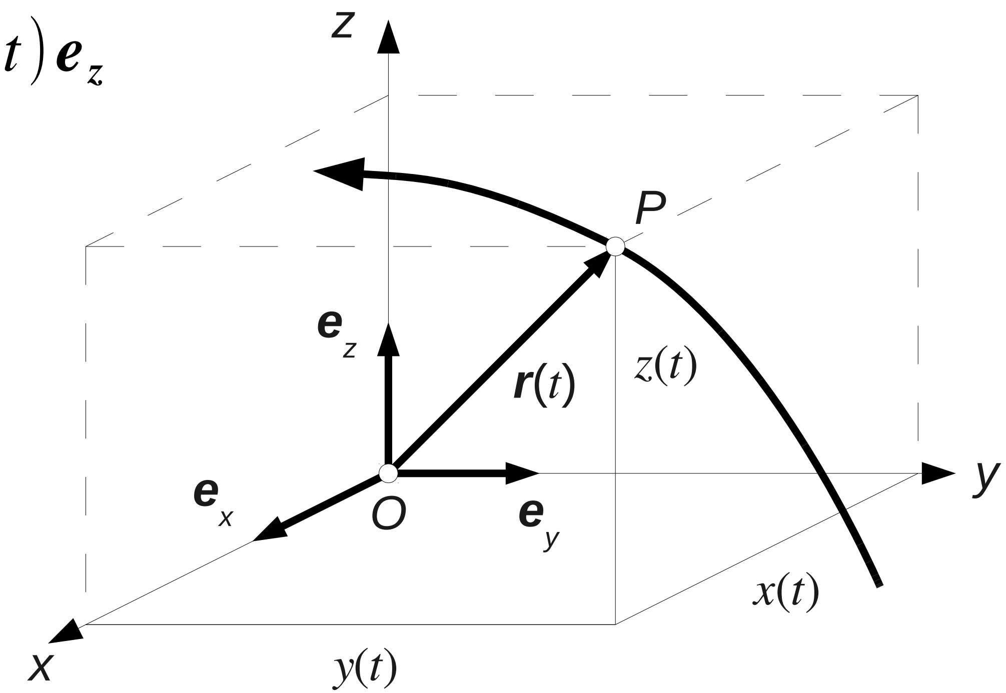
2.1 Ortsvektor und Bahnkurve

- Kartesische Koordinaten:
  - Basisvektoren: $\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z$
  - Ortsvektor:

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{e}_x + y(t)\boldsymbol{e}_y + z(t)\boldsymbol{e}_z$$

  - In Matrix-Schreibweise:

$$[\boldsymbol{r}(t)] = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix}$$

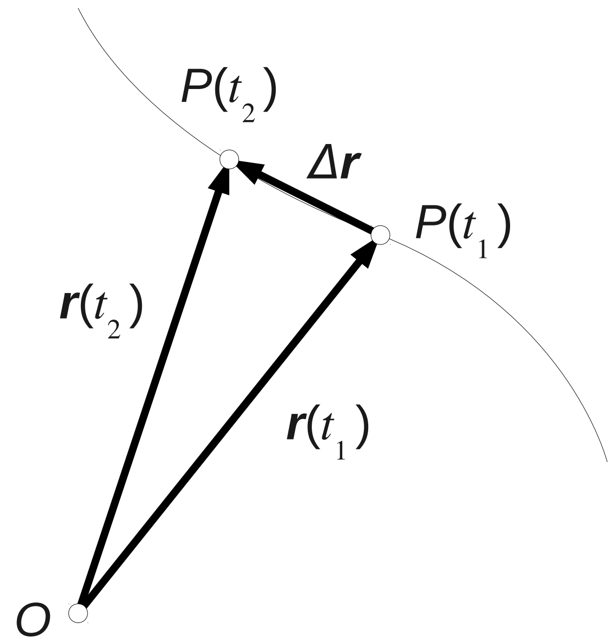


2.2 Geschwindigkeitsvektor

- Der Geschwindigkeitsvektor beschreibt die zeitliche Änderung des Ortsvektors.
- Vektor der mittleren Geschwindigkeit:
  - Der Vektor

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t_2) - \boldsymbol{r}(t_1)$$

ist die Sekante der Bahnkurve zwischen den Orten $P(t_1)$ und $P(t_2)$.



2.2 Geschwindigkeitsvektor

- Der Vektor

$$\boldsymbol{v}_m = \frac{\boldsymbol{r}(t_2) - \boldsymbol{r}(t_1)}{t_2 - t_1}$$

  wird als Vektor der mittleren Geschwindigkeit bezeichnet.

- Er gibt durch seinen Betrag und seine Richtung eine mittlere geradlinige gleichförmige Ersatzbewegung zwischen den Orten $P(t_1)$ und $P(t_2)$ an.

- In einem kartesischen Koordinatensystem gilt:

$$\boldsymbol{v}_m = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} \boldsymbol{e}_x + \frac{y(t_2) - y(t_1)}{t_2 - t_1} \boldsymbol{e}_y + \frac{z(t_2) - z(t_1)}{t_2 - t_1} \boldsymbol{e}_z$$

2.2 Geschwindigkeitsvektor

- Geschwindigkeitsvektor:
  - Der Grenzwert

$$\boldsymbol{v}(t_1) = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\boldsymbol{r}(t_2) - \boldsymbol{r}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{d\,\boldsymbol{r}}{dt}(t_1) = \dot{\boldsymbol{r}}(t_1)$$

    definiert den Geschwindigkeitsvektor am Ort $P(t_1)$.
  - Der Geschwindigkeitsvektor ist die Ableitung des Ortsvektors nach der Zeit.
  - Der Grenzwert der Sekante ist die Tangente. Der Geschwindigkeitsvektor ist tangential zur Bahnkurve.

2.2 Geschwindigkeitsvektor

- In einem kartesischen Koordinatensystem gilt:

$$\boldsymbol{v}(t)=\frac{dx}{dt}(t)\boldsymbol{e}_x+\frac{dy}{dt}(t)\boldsymbol{e}_y+\frac{dz}{dt}(t)\boldsymbol{e}_z=\dot{x}(t)\boldsymbol{e}_x+\dot{y}(t)\boldsymbol{e}_y+\dot{z}(t)\boldsymbol{e}_z$$
$$=v_x(t)\boldsymbol{e}_x+v_y(t)\boldsymbol{e}_y+v_z(t)\boldsymbol{e}_z$$

- In einem kartesischen Koordinatensystem wird ein Vektor differenziert, indem seine Komponenten differenziert werden:

$$[\boldsymbol{v}(t)]=[\dot{\boldsymbol{r}}(t)]=\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ \dot{y}(t)\\ \dot{z}(t)\end{bmatrix}$$

2.2 Geschwindigkeitsvektor

- Zusammenhang mit der Bahngeschwindigkeit:
  - Der Ortsvektor kann auch als Funktion der Bogenlänge geschrieben werden:

$$\boldsymbol{r}(t)=\boldsymbol{r}(s(t))$$

  - Ableiten nach der Zeit unter Berücksichtigung der Kettenregel führt auf:

$$\boldsymbol{v}(t)=\dot{\boldsymbol{r}}(t)=\frac{d\,\boldsymbol{r}}{ds}\frac{ds}{dt}=\frac{d\,\boldsymbol{r}}{ds}v$$

  - Wegen $|\Delta\,\boldsymbol{r}|\rightarrow\Delta\,s$ für $\Delta\,s\rightarrow 0$ gilt: $\left|\frac{d\,\boldsymbol{r}}{ds}\right|=\lim\limits_{\Delta\,s\rightarrow 0}\frac{|\Delta\,\boldsymbol{r}|}{|\Delta\,s|}=1$

2.2 Geschwindigkeitsvektor

- Der Vektor

$$\frac{d\boldsymbol{r}}{ds}=\boldsymbol{e}_t$$

  ist ein Einheitsvektor, der tangential zur Bahn gerichtet ist.

- Für den Geschwindigkeitsvektor gilt:

$$\boldsymbol{v}(t)=v(t)\,\boldsymbol{e}_t(t)$$

- Aus

$$|\boldsymbol{v}(t)|=|v(t)\,\boldsymbol{e}_t(t)|$$

  folgt für die Bahngeschwindigkeit:

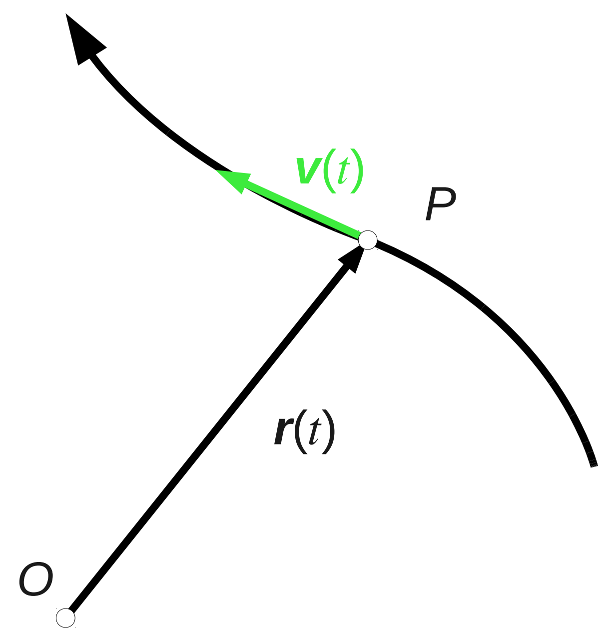
$$|v|=|v\,\boldsymbol{e}_t|=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$$

- Für den *Einheitstangentenvektor* gilt:

$$\boldsymbol{e}_t(t)=\frac{\boldsymbol{v}(t)}{v(t)}$$

2.2 Geschwindigkeitsvektor

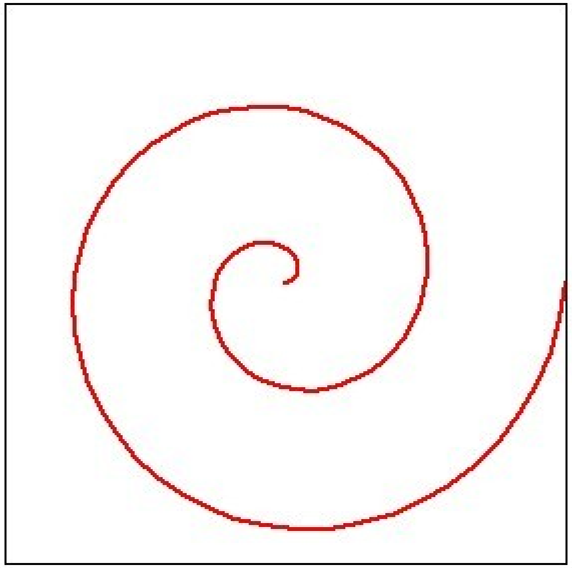
- Ergebnis:
  - Der Geschwindigkeitsvektor ist stets tangential zur Bahn gerichtet.
  - Seine Richtung stimmt mit dem Durchlaufsinn der Bahn überein.
  - Sein Betrag ist gleich dem Betrag der Bahngeschwindigkeit.



2.2 Geschwindigkeitsvektor

- Beispiel: Archimedische Spirale
  - Ortsvektor:

$$[\boldsymbol{r}(t)] = v_0 t \begin{bmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{bmatrix}$$



  - Geschwindigkeitsvektor:

$$[\boldsymbol{v}(t)] = v_0 \begin{bmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{bmatrix} + v_0 \omega t \begin{bmatrix} -\sin(\omega t) \\ \cos(\omega t) \end{bmatrix}$$

  - Bahngeschwindigkeit:

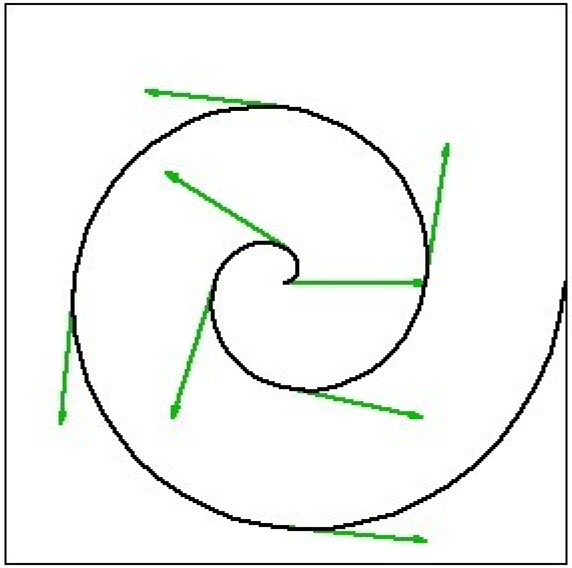
$$v(t) = v_0 \sqrt{\left(\cos(\omega t) - \omega t \sin(\omega t)\right)^2 + \left(\sin(\omega t) + \omega t \cos(\omega t)\right)^2}$$

$$= v_0 \sqrt{1 + \omega^2 t^2}$$

2.2 Geschwindigkeitsvektor

- Einheitstangentenvektor:

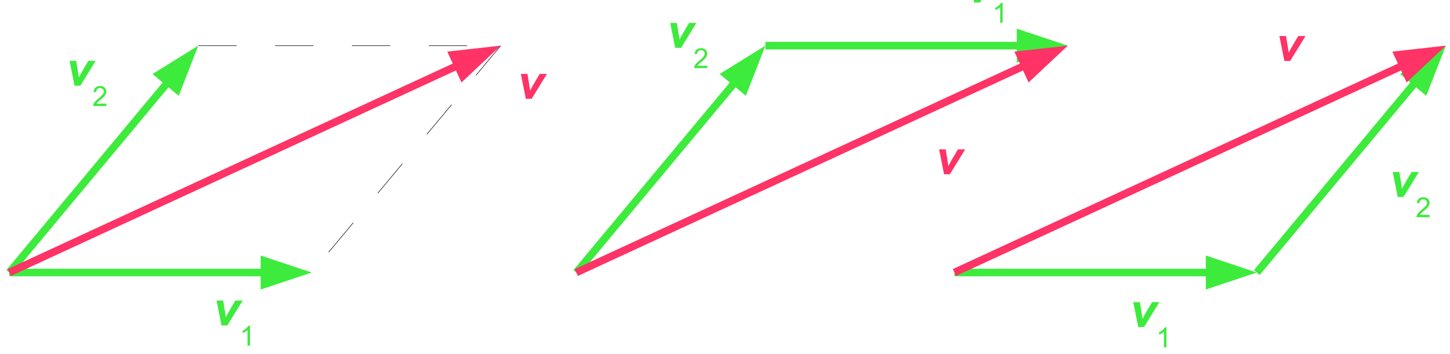
$$[\boldsymbol{e}_t(t)] = \frac{1}{v(t)}[\boldsymbol{v}(t)] = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 t^2}}\begin{bmatrix} \cos(\omega t) - \omega t \sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) + \omega t \cos(\omega t) \end{bmatrix}$$



2.2 Geschwindigkeitsvektor

- Addition von Geschwindigkeiten:
  - Da die Geschwindigkeit wie die Kraft ein Vektor ist, kann sie in Komponenten zerlegt und aus Komponenten zusammengesetzt werden.
  - Die resultierende Geschwindigkeit kann analog zur resultierenden Kraft aus dem *Geschwindigkeitsplan* bestimmt werden:

$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2$

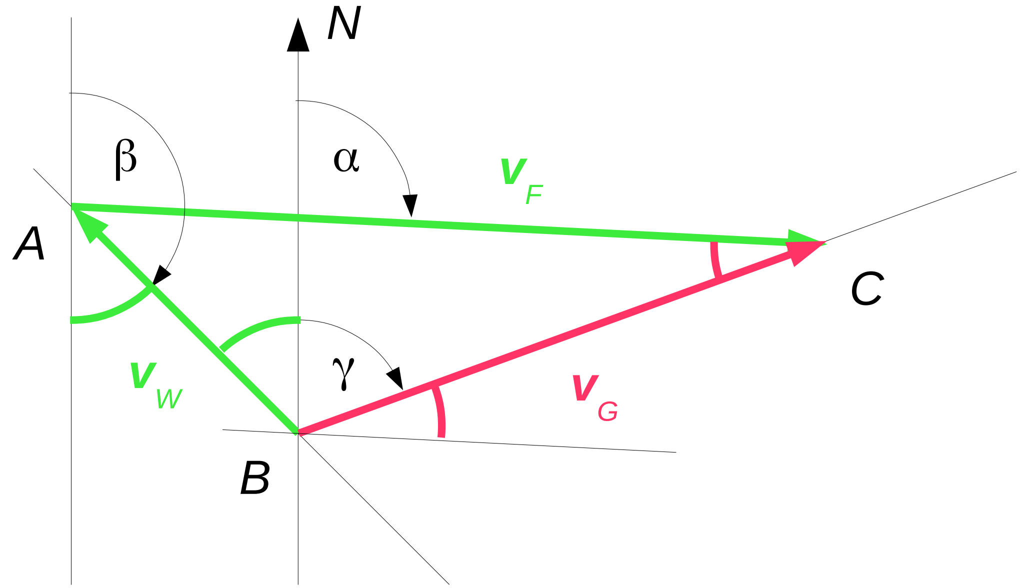


2.2 Geschwindigkeitsvektor

- Beispiel: Kursdreieck
  - Ein Flugzeug soll über Grund einen Kurs von 70° fliegen.
  - Die Geschwindigkeit v_F des Flugzeugs gegenüber der Luft ist 200 $\mathrm{km/h}$.
  - Der Wind weht mit einer Geschwindigkeit v_W von 40 $\mathrm{km/h}$ aus Süd-Ost.
  - Welchen angezeigten Kurs α muss der Pilot fliegen, und welchen Wert hat die Geschwindigkeit v_G über Grund?

2.2 Geschwindigkeitsvektor

- Gegeben:
  - Winkel über Grund: $\gamma = 70°$
  - Windwinkel: $\beta = 135°$
- Winkel im Dreieck *ABC*:



$$\sphericalangle CAB = \beta - \alpha$$

$$\sphericalangle ACB = \alpha - \gamma$$

$$\sphericalangle ABC = 180° - (\beta - \alpha) - (\alpha - \gamma) = 180° - \beta + \gamma = 115°$$

2.2 Geschwindigkeitsvektor

- Angezeigter Kurs:

$$\frac{\sin(\sphericalangle ACB)}{v_w} = \frac{\sin(\sphericalangle ABC)}{v_F}$$

$$\sin(\alpha - \gamma) = \frac{v_W}{v_F} \sin(\sphericalangle ABC)$$

$$\sin(\alpha - 70°) = \frac{40}{200} \sin(115°)$$
$$= 0{,}1813$$

→ $\alpha = 70° + 10{,}44° = \underline{80{,}44°}$

- Geschwindigkeit über Grund:

$$\frac{v_G}{\sin(\sphericalangle CAB)} = \frac{v_F}{\sin(\sphericalangle ABC)}$$

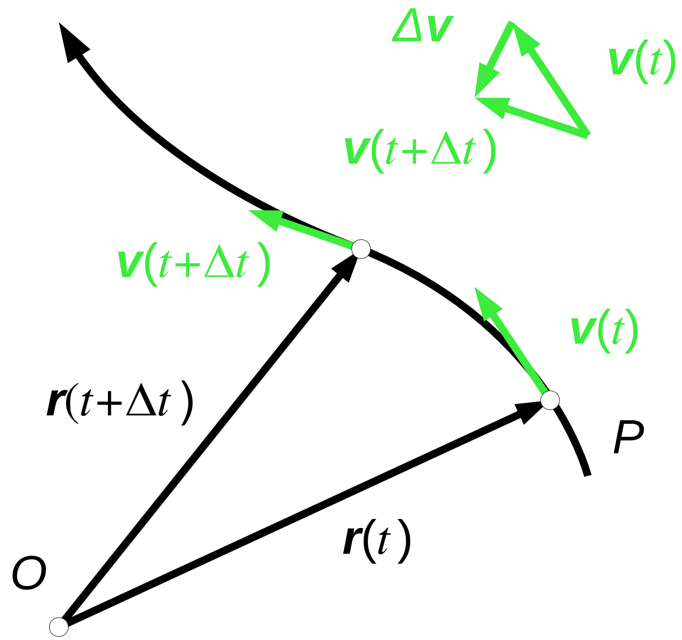
→ $v_G = v_F \dfrac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin(\beta - \gamma)}$

$$v_G = 200 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{\sin(135° - 80{,}44°)}{\sin(115°)}$$
$$= 200 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 0{,}8989$$
$$= \underline{179{,}8\,\text{km/h}}$$

2.3 Beschleunigungsvektor

- Der Beschleunigungsvektor beschreibt die zeitliche Änderung des Geschwindigkeitsvektors.
- Dabei kann sich sowohl der Betrag als auch die Richtung der Geschwindigkeit ändern.
- Der Beschleunigungsvektor ist definiert durch

$$\boldsymbol{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \dot{\boldsymbol{v}}(t) = \ddot{\boldsymbol{r}}(t)$$



2.3 Beschleunigungsvektor

- Der Beschleunigungsvektor ist die erste Ableitung des Geschwindigkeitsvektors nach der Zeit oder die zweite Ableitung des Ortsvektors nach der Zeit.
- In einem kartesischen Koordinatensystem gilt:

$$\boldsymbol{a}(t) = \dot{v}_x(t)\,\boldsymbol{e_x} + \dot{v}_y(t)\,\boldsymbol{e_y} + \dot{v}_z(t)\,\boldsymbol{e_z} = \ddot{x}(t)\,\boldsymbol{e_x} + \ddot{y}(t)\,\boldsymbol{e_y} + \ddot{z}(t)\,\boldsymbol{e_z}$$
$$= a_x(t)\,\boldsymbol{e_x} + a_y(t)\,\boldsymbol{e_y} + a_z(t)\,\boldsymbol{e_z}$$

- Für den Betrag des Beschleunigungsvektors gilt:

$$|\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

- Der Betrag des Beschleunigungsvektors stimmt in der Regel <u>nicht</u> mit der Bahnbeschleunigung überein.

2.4 Bahn- und Normalbeschleunigung

- Aus $\boldsymbol{v}(t)=v(t)\boldsymbol{e}_t(t)$ folgt nach der Produktregel:

$$\boldsymbol{a}(t)=\frac{dv}{dt}(t)\boldsymbol{e}_t(t)+v(t)\frac{d\,\boldsymbol{e}_t(t)}{dt}=\boldsymbol{a}_t(t)+\boldsymbol{a}_n(t)$$

- Bahnbeschleunigung:
  - Die Komponente $\boldsymbol{a}_t=\dot{v}\,\boldsymbol{e}_t$ ist die Bahnbeschleunigung.
  - Ihre Richtung ist tangential zur Bahn.
  - Ihr Betrag gibt die zeitliche Änderung der Bahngeschwindigkeit an.

2.4 Bahn- und Normalbeschleunigung

- Normalbeschleunigung:
  - Aus $1=|\boldsymbol{e}_t|^2=\boldsymbol{e}_t\cdot\boldsymbol{e}_t$ folgt durch Ableiten nach der Zeit:

$$0=\frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{e}_t\cdot\boldsymbol{e}_t\right)=\frac{d\,\boldsymbol{e}_t}{dt}\cdot\boldsymbol{e}_t+\boldsymbol{e}_t\cdot\frac{d\,\boldsymbol{e}_t}{dt}=2\frac{d\,\boldsymbol{e}_t}{dt}\cdot\boldsymbol{e}_t \quad\rightarrow\quad \frac{d\,\boldsymbol{e}_t}{dt}\perp\boldsymbol{e}_t$$

  - Die Beschleunigungskomponente $\boldsymbol{a}_n=v\,\dot{\boldsymbol{e}}_t$ ist senkrecht zur Tangente der Bahn. Sie wird als Normalbeschleunigung bezeichnet.
  - Die Normalbeschleunigung gibt die zeitliche Änderung der Richtung des Geschwindigkeitsvektors an.
  - Berechnung: $\boldsymbol{a}_n=\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}_t=\boldsymbol{a}-\dot{v}\,\boldsymbol{e}_t=\boldsymbol{a}-\frac{a_t}{v}\boldsymbol{v}$

2.4 Bahn- und Normalbeschleunigung

- Beispiel: Archimedische Spirale
  - Geschwindigkeitsvektor: $[\boldsymbol{v}(t)] = v_0 \begin{bmatrix} \cos(\omega t) - \omega t \sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) + \omega t \cos(\omega t) \end{bmatrix}$
  - Beschleunigungsvektor:

$$[\boldsymbol{a}(t)] = v_0 \begin{bmatrix} -\omega \sin(\omega t) - \omega \sin(\omega t) - \omega^2 t \cos(\omega t) \\ \omega \cos(\omega t) + \omega \cos(\omega t) - \omega^2 t \sin(\omega t) \end{bmatrix}$$

$$= v_0 \omega \begin{bmatrix} -2 \sin(\omega t) - \omega t \cos(\omega t) \\ 2 \cos(\omega t) - \omega t \sin(\omega t) \end{bmatrix}$$

  - Betrag des Beschleunigungsvektors:

$$|\boldsymbol{a}(t)| = v_0 \omega \sqrt{\left(2 \sin(\omega t) + \omega t \cos(\omega t)\right)^2 + \left(2 \cos(\omega t) - \omega t \sin(\omega t)\right)^2}$$

$$= v_0 \omega \sqrt{4 + \omega^2 t^2}$$

2.4 Bahn- und Normalbeschleunigung

- Bahngeschwindigkeit: $v(t) = v_0 \sqrt{1+\omega^2 t^2}$
- Bahnbeschleunigung: $a_t(t) = v_0 \dfrac{2\omega^2 t}{2\sqrt{1+\omega^2 t^2}} = \dfrac{v_0 \omega^2 t}{\sqrt{1+\omega^2 t^2}}$
- Normalbeschleunigung:

$$\frac{a_t}{v} = \frac{\omega^2 t}{1+\omega^2 t^2} \quad \rightarrow \quad [\boldsymbol{a}_n(t)] = v_0 \omega \begin{bmatrix} -2\sin(\omega t) - \omega t \cos(\omega t) \\ 2\cos(\omega t) - \omega t \sin(\omega t) \end{bmatrix} - \frac{v_0 \omega^2 t}{1+\omega^2 t^2} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) - \omega t \sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) + \omega t \cos(\omega t) \end{bmatrix}$$

2.5 Schiefer Wurf

- Aufgabenstellung:
  - Gesucht ist die Bahn eines Punkts, dessen Beschleunigungsvektor mit dem konstanten Vektor der Erdbeschleunigung übereinstimmt.
  - Anfangsort und Anfangsgeschwindigkeit sind bekannt.
- Koordinatensystem:
  - Der Ursprung liegt im Anfangspunkt.
  - Die Achsen werden so gewählt, dass der Vektor der Anfangsgeschwindigkeit und der Beschleunigungsvektor in der *xz*-Ebene liegen.
  - Die *z*-Achse zeigt nach oben.

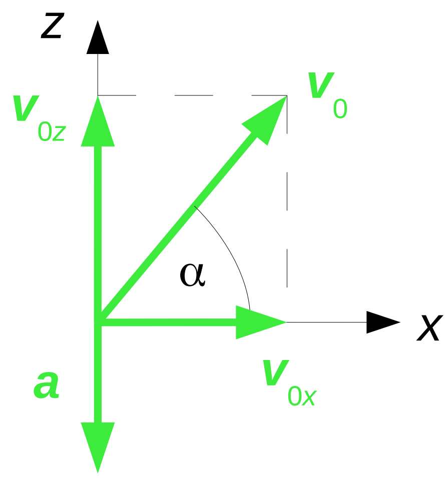
2.5 Schiefer Wurf

- Bahnkurve:
  - Die Bahn verläuft in der *xz*-Ebene.
  - Anfangsbedingungen:

$$x(0)=0, \quad z(0)=0$$

$$v_x(0)=v_{0x}=v_0\cos(\alpha)$$

$$v_z(0)=v_{0z}=v_0\sin(\alpha)$$



  - Beschleunigungsvektor:

$$a_x=0, \quad a_z=-g$$

2.5 Schiefer Wurf

- In *x*-Richtung führt der Punkt eine gleichförmige Bewegung aus:

$$a_x = 0 \;\rightarrow\; v_x(t) = v_{0x}, \quad x(t) = v_{0x}\, t$$

- In *z*-Richtung führt der Punkt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus:

$$a_z = -g \;\rightarrow\; v_z(t) = v_{0z} - g\,t, \quad z(t) = v_{0z}\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$$

- Damit lautet die *Parameterdarstellung* der Bahnkurve:

$$x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t, \quad z(t) = v_0 \sin(\alpha)\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$$

2.5 Schiefer Wurf

- Die vektorielle Darstellung der Bahnkurve ist:

$$[\boldsymbol{r}(t)] = \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = v_0 \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix} t - \frac{1}{2} g t^2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{r}(t) = \boldsymbol{v_0} t - \frac{1}{2} g t^2 \boldsymbol{e}_z$$

- Bahngleichung $z(x)$:
  - Aus der Gleichung für $x(t)$ folgt: $t(x) = \dfrac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$
  - Einsetzen in $z(t)$ ergibt:

$$z(x) = z(t(x)) = v_0 \sin(\alpha) \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} \right)^2$$

2.5 Schiefer Wurf

- Daraus folgt die Gleichung für die *Wurfparabel*:

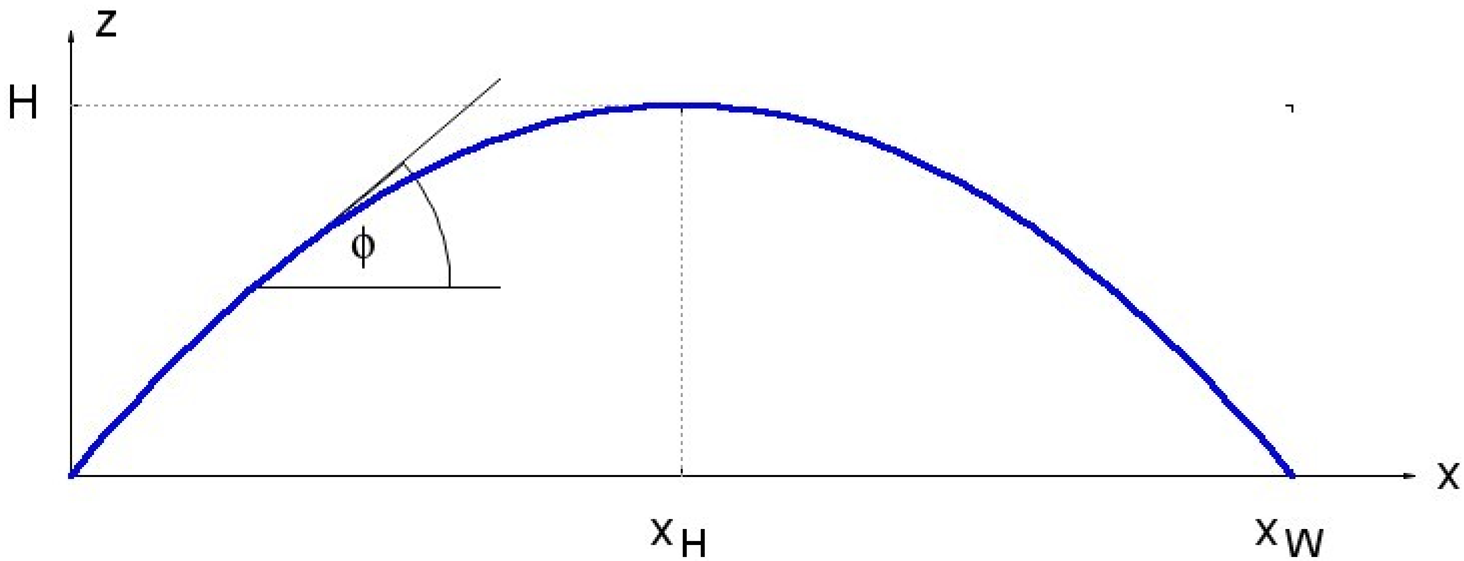
$$\boxed{z(x) = \tan(\alpha)\, x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2}$$

- Alle Bahnen mit konstantem Beschleunigungsvektor sind Parabeln. Wenn der Beschleunigungsvektor parallel zum Vektor der Anfangsgeschwindigkeit ist, degeneriert die Parabel zu einer Geraden.

2.5 Schiefer Wurf

2.5 Schiefer Wurf

- Bahnparameter:



H: Wurfhöhe, x_W: Wurfweite, ϕ: Bahnwinkel

2.5 Schiefer Wurf

- Bahnwinkel:

$$\tan(\phi)=\frac{dz}{dx}=\frac{v_z\,dt}{v_x\,dt}=\frac{v_z}{v_x}=\frac{v_0\sin(\alpha)-g\,t}{v_0\cos(\alpha)}$$

$$\rightarrow\quad \tan(\phi)=\tan(\alpha)-\frac{g\,t}{v_0\cos(\alpha)}$$

- Steigzeit und Wurfhöhe:
  - Im Scheitelpunkt ist die Vertikalgeschwindigkeit null. Damit berechnet sich die Steigzeit t_H zu

$$0=v_{0z}-g\,t_H=v_0\sin(\alpha)-g\,t_H \quad\rightarrow\quad t_H=\frac{v_0}{g}\sin(\alpha)$$

2.5 Schiefer Wurf

- Für die Wurfhöhe folgt:

$$H = z(t_H) = v_0 \sin(\alpha)\left(\frac{v_0}{g}\sin(\alpha)\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\sin(\alpha)\right)^2 = \frac{v_0^2}{2g}\sin^2(\alpha)$$

- Die zugehörige *x*-Koordinate ist:

$$x_H = x(t_H) = v_0 \cos(\alpha)\left(\frac{v_0}{g}\sin(\alpha)\right) = \frac{v_0^2}{g}\sin(\alpha)\cos(\alpha) = \frac{v_0^2}{2g}\sin(2\alpha)$$

2.5 Schiefer Wurf

- Wurfweite und Wurfdauer:
  - In der Ebene gilt für die Wurfweite x_W:

$$0=z(x_W)=\tan(\alpha)x_W-\frac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)}x_W^2$$
$$=x_w\left(\tan(\alpha)-\frac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)}x_W\right)$$

  - Diese Gleichung hat die Lösungen $x_W=0$ und

$$x_W=\tan(\alpha)\frac{2v_0^2\cos^2(\alpha)}{g}=2\frac{v_0^2}{g}\sin(\alpha)\cos(\alpha)=\frac{v_0^2}{g}\sin(2\alpha)=2x_H$$

2.5 Schiefer Wurf

- Die Wurfdauer t_W berechnet sich aus

$$0 = z(t_W) = v_0 \sin(\alpha) t_W - \frac{1}{2} g t_W^2 = t_W \left(v_0 \sin(\alpha) - \frac{1}{2} g t_W \right)$$

zu $\quad t_W = 2 \frac{v_0}{g} \sin(\alpha) = 2 t_H \quad .$

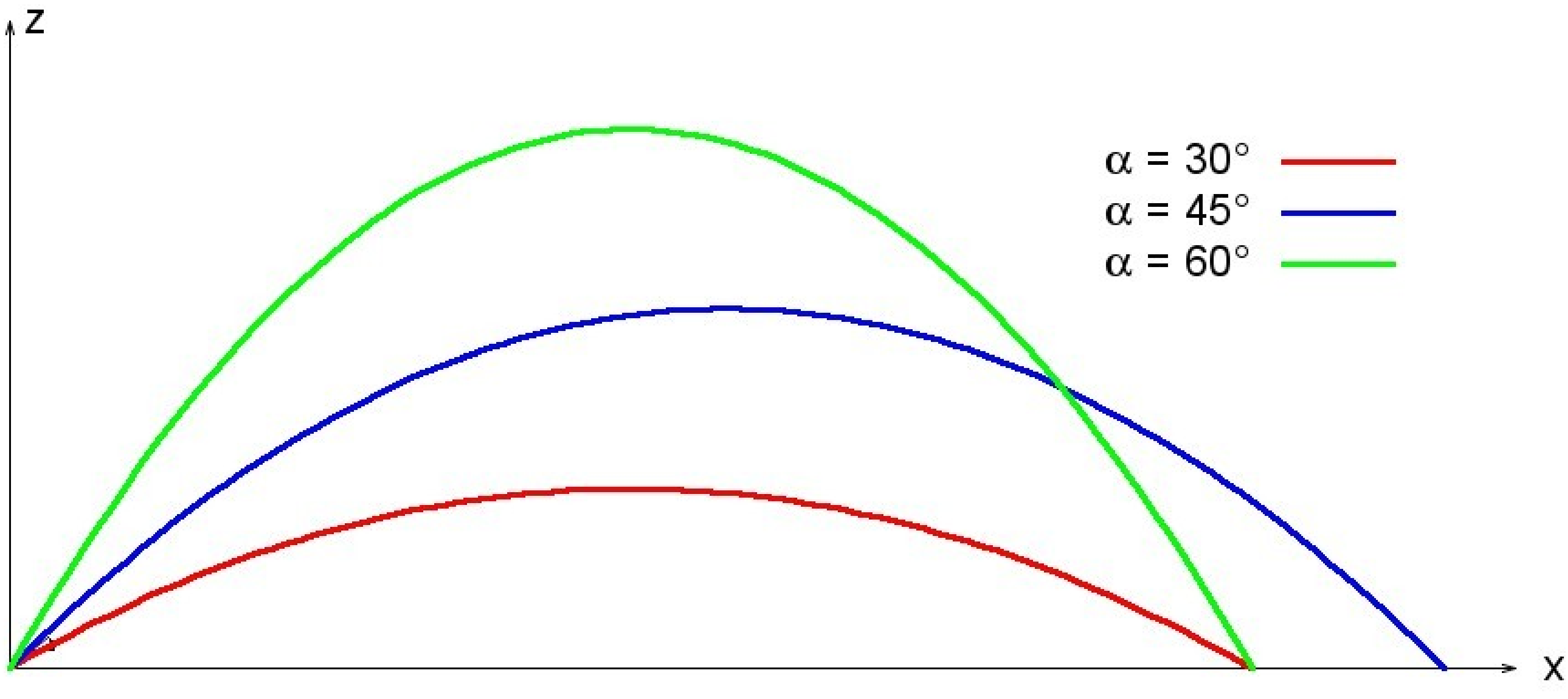
- Größtmögliche Wurfweite: $\quad x_{Wmax} = \frac{v_0^2}{g}$ für $\alpha = 45°$

- Wegen $\quad \sin(2\alpha) = \sin(180° - 2\alpha) = \sin(2(90° - \alpha))$

  ergeben sich für α_1 und $\alpha_2 = 90° - \alpha_1$ die gleichen Wurfweiten.

- Der Wurf mit dem kleineren Winkel wird als Flachwurf und der mit dem größeren Winkel als Steilwurf bezeichnet.

2.5 Schiefer Wurf



2.5 Schiefer Wurf

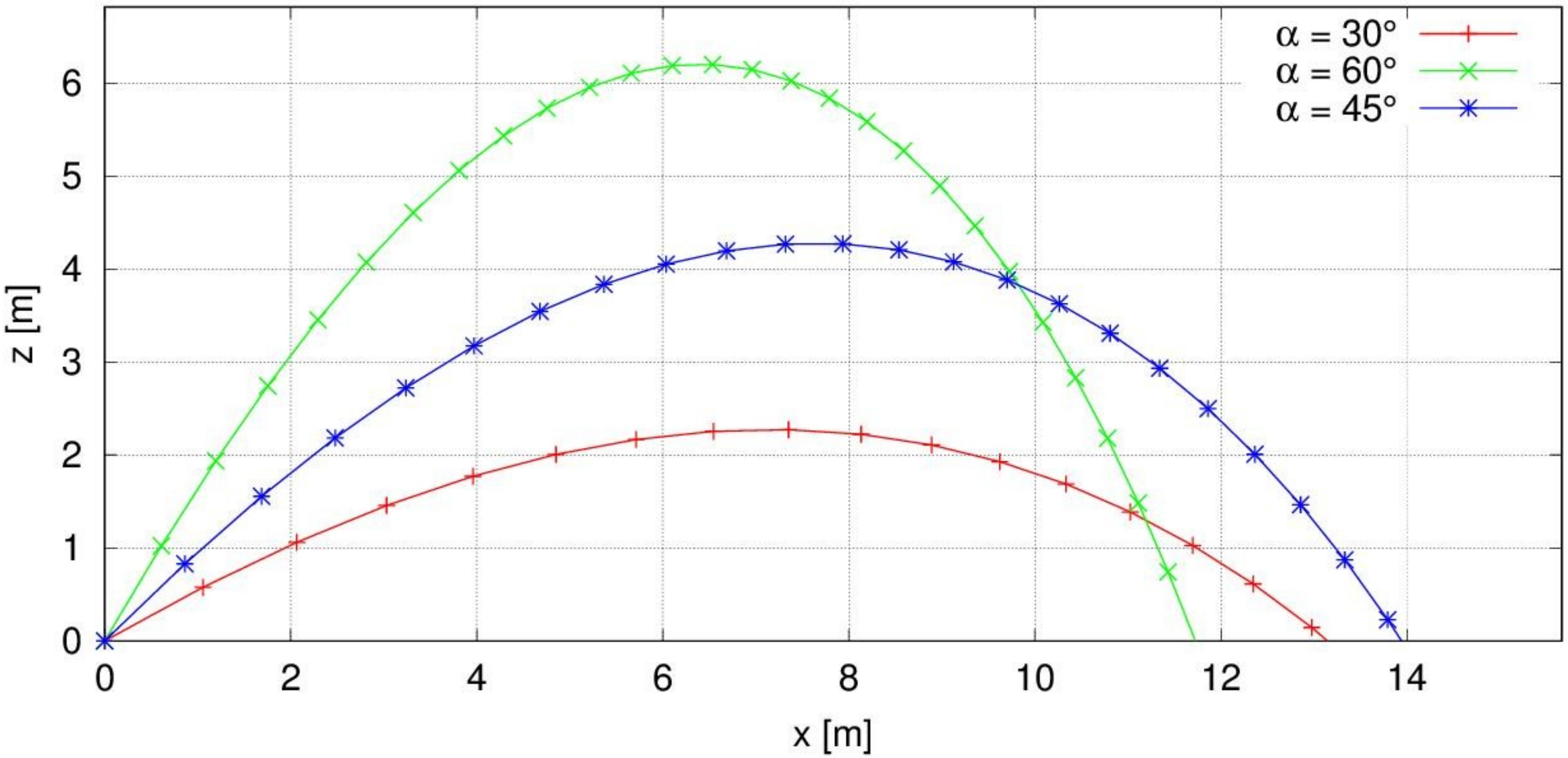
- Zusammenstellung der Formeln:

	Höhe	Weite
t	$t_H = \frac{v_0}{g} \sin(\alpha)$	$t_W = 2 \frac{v_0}{g} \sin(\alpha)$
x	$x_H = \frac{v_0^2}{2g} \sin(2\alpha)$	$x_W = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\alpha)$
z	$H = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2(\alpha)$	

2.5 Schiefer Wurf

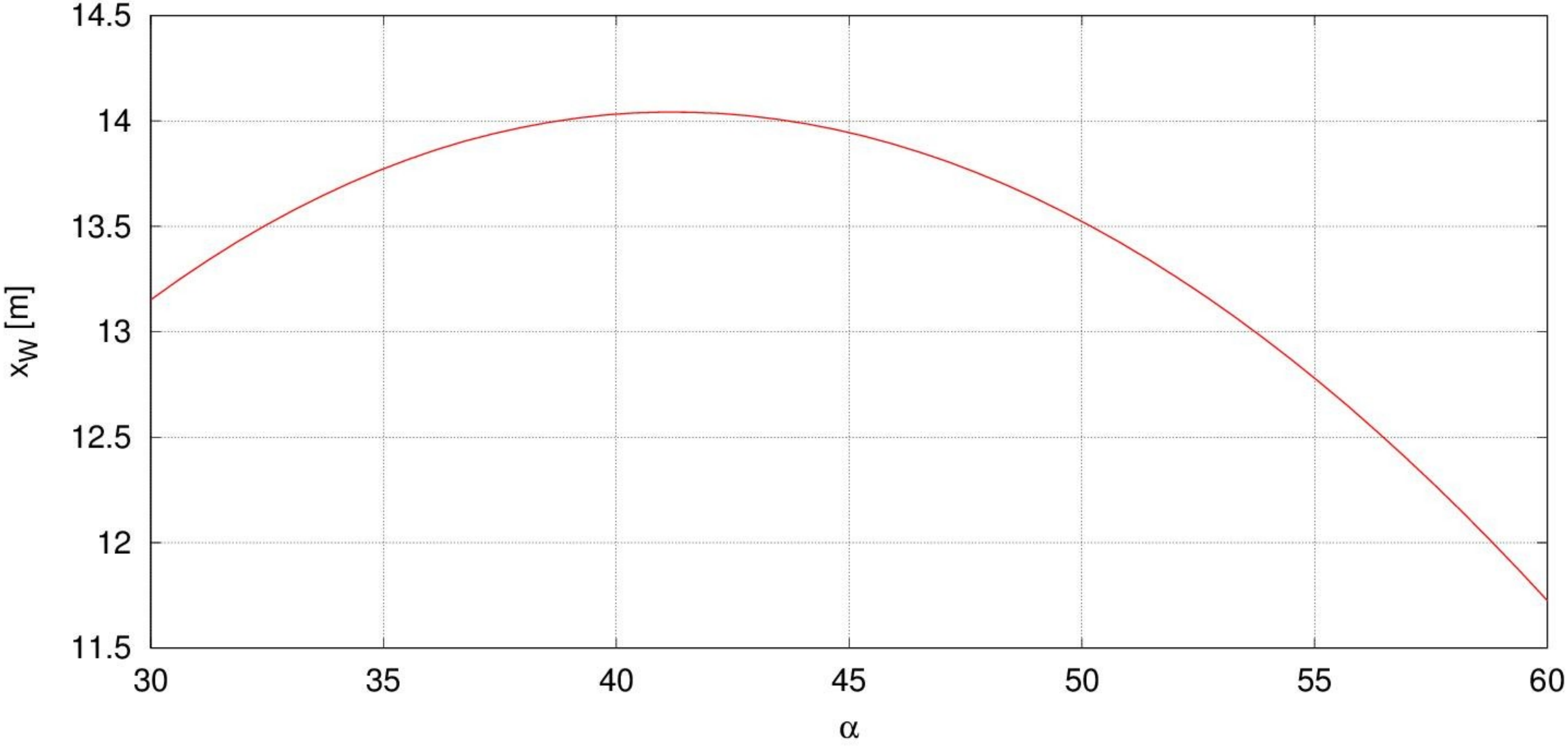
- Wurf mit Luftwiderstand:
  - Der Wurf mit Luftwiderstand wird als *ballistischer Wurf* bezeichnet.
  - Der ballistische Wurf wird durch nichtlineare Differenzialgleichungen beschrieben, die nur numerisch gelöst werden können.
  - Die Wurfweite ist beim Flachwurf größer als beim Steilwurf.
  - Die größte Wurfweite wird bei einem Winkel erreicht, der etwas kleiner als 45° ist.

2.5 Schiefer Wurf



2.5 Schiefer Wurf

- Wurfweite beim ballistischen Wurf:



2.5 Schiefer Wurf