Starrkörperdynamik Übungsblatt 2.1

Aufgabe 1:

Gegeben sind die Euler-Winkel φ = 2°, ψ = 1° und θ = 5°.

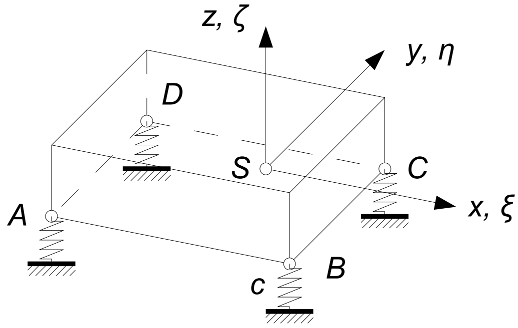
a) Berechnen Sie die Matrix des Drehtensors im ortsfesten Koordinatensystem *Oxyz* nach der exakten Formel und nach der linearisierten Näherung.

b) Der Punkt *P* hat im körperfesten Koordinatensystem die Koordinaten $(\xi, \eta, \zeta) = (1,\ 3,\ 2)m$. Berechnen Sie seine Koordinaten (x, y, z) im ortsfesten Koordinatensystem für den Fall, dass der Ursprung *B* des körperfesten Koordinatensystems mit dem Ursprung *O* des ortsfesten Koordinatensystems übereinstimmt.

(Ergebnis: exakt: $(x, y, z) = (1{,}128,\ 2{,}949,\ 2{,}008)m$; linearisiert: $(x, y, z) = (1{,}122,\ 2{,}948,\ 2{,}017)m$)

Aufgabe 2:

Ein starrer Körper der Masse *m* wird durch vier in den Punkten *A*, *B*, *C* und *D* befestigte Federn mit der Federsteifigkeit *c* getragen. Als Ursprung des körperfesten Koordinatensystems wird der Schwerpunkt *S* gewählt. In der Ausgangslage fällt das körperfeste mit dem ortsfesten Koordinatensystem zusammen.



Infolge der Gewichtskraft verschiebt sich der Schwerpunkt um die Strecke w_S nach unten, und der Körper dreht sich um die kleinen Winkel φ bzw. θ um die ξ- bzw. η-Achse.

a) Wie hängen die vertikalen Verschiebungen w_A, w_B, w_C und w_D mit der vertikalen Verschiebung w_S und den Winkeln φ und θ zusammen?

b) Welche Zahlenwerte ergeben sich für w_S , φ und θ?

Zahlenwerte: m = 1500*kg*, c = 200*kN/m*

Koordinaten der Punkte im körperfesten System:

	ξ	η	ζ
A	-2	-1,5	-1
B	1	-1,5	-1

	ξ	η	ζ
C	1	2	-1
D	-2	2	-1
	m	*m*	*m*

(Ergebnis: $\theta=0{,}0040875$, $\phi=0{,}0015015$, $w_S=-0{,}0208129\,m$)

Aufgabe 3:

Die Euler-Winkel eines Flugzeugs sind $\phi(t)=\phi_0=const.$, $\theta(t)=\theta_0=const.$ und $\psi(t)=\Omega t$.

a) Berechnen Sie die Komponenten der Winkelgeschwindigkeit im ortsfesten und im flugzeugfesten Koordinatensystem.

b) Welche Zahlenwerte ergeben sich für φ_0 = 20°, θ_0 = 0° und Ω = 0,2s^{-1}? Veranschaulichen Sie das Ergebnis graphisch.

(Ergebnis: ω_z = 0,2s^{-1}, ω_η = 0,06840s^{-1}, ω_ζ = 0,1879s^{-1})

Aufgabe 4:

Berechnen Sie möglichst geschickt die Komponenten $[\boldsymbol{\omega}]_B$ des Vektors der Winkelgeschwindigkeit im körperfesten Koordinatensystem in Abhängigkeit von den Euler-Winkeln.

Aufgabe 5:

Berechnen Sie die Matrix $[\boldsymbol{R}]_O=[\boldsymbol{R}_\phi]_O[\boldsymbol{R}_\theta]_O[\boldsymbol{R}_\psi]_O$ durch Transformation der Matrizen $[\boldsymbol{R}_\theta]_1$ und $[\boldsymbol{R}_\phi]_2$ in das ortsfeste Koordinatensystem.

Aufgabe 6:

Neben den Euler-Winkeln werden häufig auch die Kardanwinkel zur Beschreibung der Lage des starren Körpers verwendet. Hierbei erfolgt zunächst eine Drehung um die *x*-Achse um den Winkel α. Dadurch geht die *y*-Achse in die y_1-Achse und die *z*-Achse in die z_1-Achse über. Anschließend erfolgt eine Drehung um die y_1-Achse um den Winkel β, die die *x*-Achse in die x_2-Achse und die z_1-Achse in die z_2-Achse überführt. Die letzte Drehung erfolgt um die z_2-Achse um den Winkel γ. Dadurch geht die x_2-Achse in die ξ-Achse und die y_1-Achse in die η-Achse über. Die ζ-Achse stimmt mit der z_2-Achse überein.

a) Ermitteln Sie die Komponenten $[\boldsymbol{R}]_O$ des Drehtensors im ortsfesten Koordinatensystem.

b) Welche Näherung gilt für kleine Winkel α, β und γ?

c) Bestimmen Sie die Komponenten $[\boldsymbol{\omega}]_B$ des Vektors der Winkelgeschwindigkeit im körperfesten Koordinatensystem. Welche Näherung gilt für kleine Winkel?

d) Geben Sie Formeln an, mit denen sich die Euler-Winkel in Kardanwinkel und die Kardanwinkel in Euler-Winkel umrechnen lassen.