

Starrkörperdynamik Übungsblatt 5.1

Aufgabe 1:

Die Eulerschen Kreiselgleichungen für den momentenfreien Kreisel lauten

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 &= (J_2 - J_3) \omega_2 \omega_3 \\ J_2 \dot{\omega}_2 &= (J_3 - J_1) \omega_3 \omega_1 \\ J_3 \dot{\omega}_3 &= (J_1 - J_2) \omega_1 \omega_2 \end{aligned}$$

Lösen Sie diese Gleichungen mit einer Ihnen geläufigen Software mit einem geeigneten numerischen Verfahren im Zeitbereich von 0s bis 100s bei einem Zeitschritt von 0,1s für die folgenden Anfangsbedingungen:

- $\omega_1(0) = 1,00 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2(0) = 0,01 \text{ s}^{-1}$, $\omega_3(0) = 0,01 \text{ s}^{-1}$
- $\omega_1(0) = 0,01 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2(0) = 1,00 \text{ s}^{-1}$, $\omega_3(0) = 0,01 \text{ s}^{-1}$
- $\omega_1(0) = 0,01 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2(0) = 0,01 \text{ s}^{-1}$, $\omega_3(0) = 1,00 \text{ s}^{-1}$

Zahlenwerte: $J_1 = 1500 \text{ kgm}^2$, $J_2 = 1000 \text{ kgm}^2$, $J_3 = 500 \text{ kgm}^2$

Aufgabe 2:

Ermitteln Sie mithilfe eines geeigneten numerischen Verfahrens aus den Eulerschen Kreiselgleichungen

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 &= (J_2 - J_3) \omega_2 \omega_3 \\ J_2 \dot{\omega}_2 &= (J_3 - J_1) \omega_3 \omega_1 \\ J_3 \dot{\omega}_3 &= (J_1 - J_2) \omega_1 \omega_2 \end{aligned}$$

für den momentenfreien Kreisel und den kinematischen Beziehungen

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \omega_1 + \sin(\phi) \tan(\theta) \omega_2 + \cos(\phi) \tan(\theta) \omega_3 \\ \dot{\theta} &= \cos(\phi) \omega_2 - \sin(\phi) \omega_3 \\ \dot{\psi} &= \frac{1}{\cos(\theta)} (\sin(\phi) \omega_2 + \cos(\phi) \omega_3) \end{aligned}$$

- den zeitlichen Verlauf der Winkelgeschwindigkeiten,
- den zeitlichen Verlauf der Euler-Winkel,
- den zeitlichen Verlauf der Komponenten des Drallvektors im ortsfesten Koordinatensystem,
- die Bahnen der Punkte $P_1 = (1, 0, 0)_B$, $P_2 = (0, 1, 0)_B$ und $P_3 = (0, 0, 1)_B$ im Raum.

Untersucht werden soll der Zeitbereich von 0s bis 50s bei einem Zeitschritt von 0,05s für die Anfangsbedingungen $\omega_{01} = 1s^{-1}$, $\omega_{02} = 0,01s^{-1}$, $\omega_{03} = 0,01s^{-1}$ sowie $\omega_{01} = 0,01s^{-1}$, $\omega_{02} = 1s^{-1}$, $\omega_{03} = 0,01s^{-1}$. Alle Euler-Winkel sind in beiden Fällen am Anfang null.

Zahlenwerte: $J_1 = 1500kgm^2$, $J_2 = 1000kgm^2$, $J_3 = 500kgm^2$