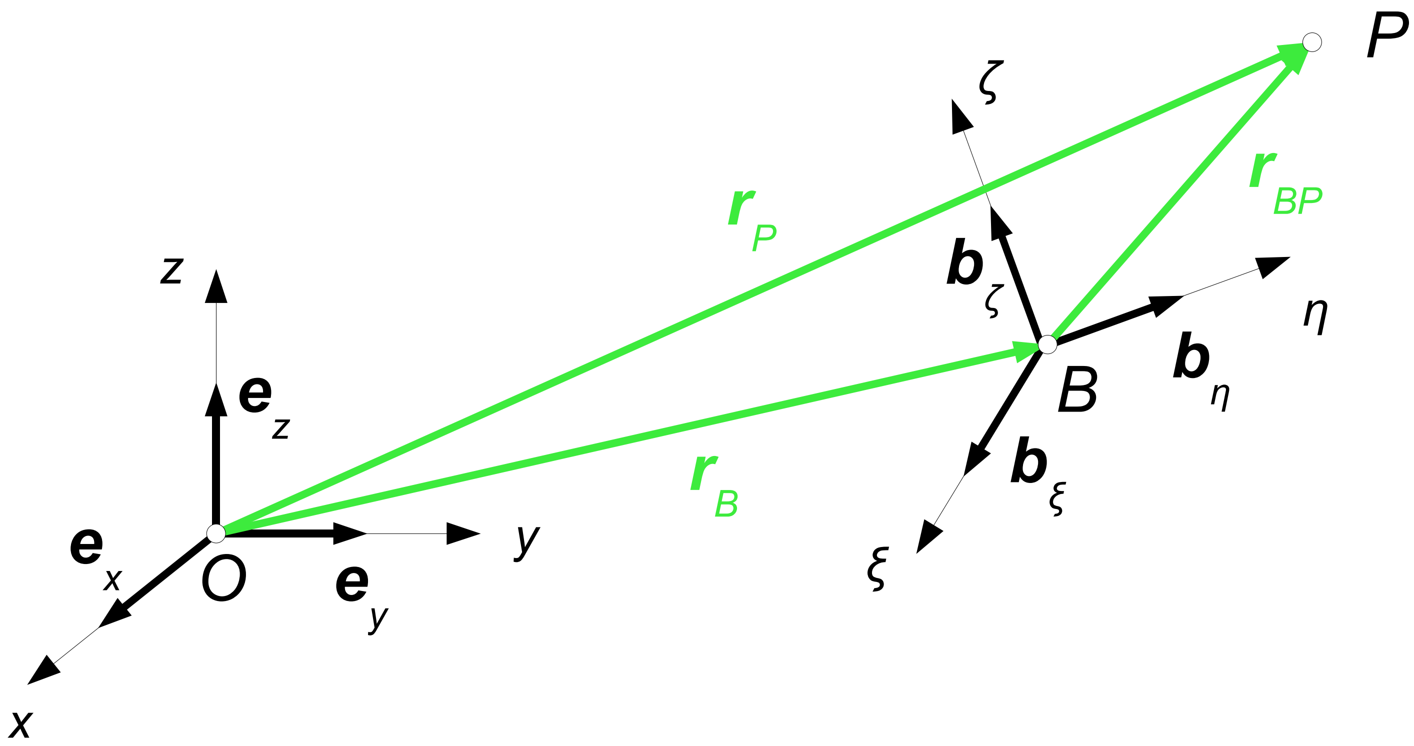
1. Kinematik

- Untersucht wird die Bewegung eines Punktes *P* in Bezug auf zwei Bezugssysteme:
  - Bezugssystem *Oxyz* ist ruhend:
    - Ursprung *O*
    - Einheitsvektoren $\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{e}_z$
    - Koordinaten x, y, z
  - Bezugssystem $B\xi\eta\zeta$ bewegt sich:
    - Ursprung *B*
    - Einheitsvektoren $\boldsymbol{b}_\xi(t)$, $\boldsymbol{b}_\eta(t)$, $\boldsymbol{b}_\zeta(t)$
    - Koordinaten ξ , η , ζ

1. Kinematik



P
ζ
$\boldsymbol{r}_P$
$\boldsymbol{r}_{BP}$
z
$\boldsymbol{b}_\zeta$
η
$\boldsymbol{e}_z$
B
$\boldsymbol{b}_\eta$
$\boldsymbol{r}_B$
$\boldsymbol{b}_\xi$
$\boldsymbol{e}_x$
y
ξ
O
$\boldsymbol{e}_y$
x

1. Kinematik

- Beispiel: Eisenbahnwaggon in der Kurve
  - Das Bezugssystem *Oxyz* ist fest mit der Erde verbunden. Es hat seinen Ursprung z.B. in einem Bahnhof.
  - Zur Beschreibung von Vorgängen im Waggon wird ein Bezugssystem *Bξηζ* verwendet, das fest mit dem Waggon verbunden ist. Sein Ursprung *B* liegt in einem festen Punkt des Waggons.
  - Der Ursprung *B* bewegt sich mit der Geschwindigkeit des Waggons.
  - In einer Kurve ändern gleichzeitig die Einheitsvektoren $\boldsymbol{b}_\xi$, $\boldsymbol{b}_\eta$ und $\boldsymbol{b}_\zeta$ laufend ihre Richtung.

1. Kinematik

- Zusammenhang der Koordinatensysteme:
  - Der Zusammenhang zwischen den Einheitsvektoren $\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{e}_z$ und $\boldsymbol{b}_\xi(t)$, $\boldsymbol{b}_\eta(t)$, $\boldsymbol{b}_\zeta(t)$ wird durch den Drehtensor $\boldsymbol{R}(t)$ beschrieben:

$$\boldsymbol{b}_\xi(t)=\boldsymbol{R}(t)\boldsymbol{e}_x,\quad \boldsymbol{b}_\eta(t)=\boldsymbol{R}(t)\boldsymbol{e}_y,\quad \boldsymbol{b}_\zeta(t)=\boldsymbol{R}(t)\boldsymbol{e}_z$$

  - Der Drehtensor ist ein orthogonaler Tensor:

$$\boldsymbol{R}^T(t)\boldsymbol{R}(t)=\boldsymbol{R}(t)\boldsymbol{R}^T(t)=\boldsymbol{I}$$

  - Damit gilt auch:

$$\boldsymbol{e}_x=\boldsymbol{R}^T(t)\boldsymbol{b}_\xi(t),\quad \boldsymbol{e}_y=\boldsymbol{R}^T(t)\boldsymbol{b}_\eta(t),\quad \boldsymbol{e}_z=\boldsymbol{R}^T(t)\boldsymbol{b}_\zeta(t)$$

1. Kinematik

- Zeitliche Ableitung von Vektoren:
  - Sei $\boldsymbol{V}(t)$ ein beliebiger Vektor. Er lässt sich schreiben als

$$\boldsymbol{V}(t) = V_\xi(t)\,\boldsymbol{b}_\xi(t) + V_\eta(t)\,\boldsymbol{b}_\eta(t) + V_\zeta(t)\,\boldsymbol{b}_\zeta(t)$$

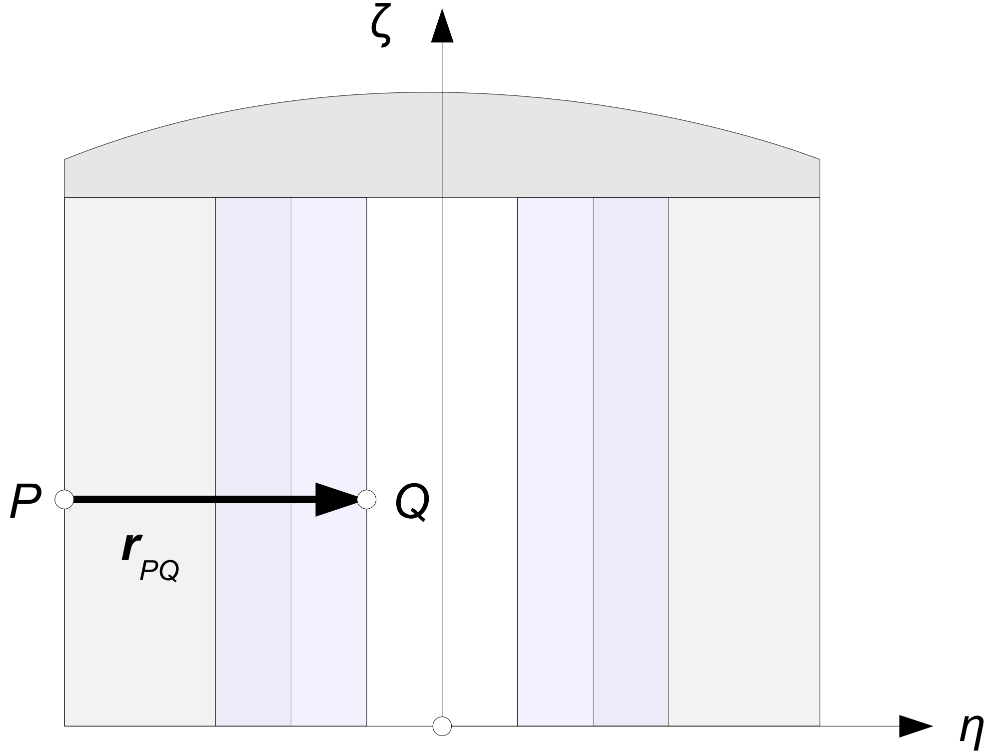
  - Seine zeitliche Ableitung ist

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{V}}(t) &= \dot{V}_\xi(t)\,\boldsymbol{b}_\xi(t) + \dot{V}_\eta(t)\,\boldsymbol{b}_\eta(t) + \dot{V}_\zeta(t)\,\boldsymbol{b}_\zeta(t)\\ &\quad + V_\xi(t)\,\dot{\boldsymbol{b}}_\xi(t) + V_\eta(t)\,\dot{\boldsymbol{b}}_\eta(t) + V_\zeta(t)\,\dot{\boldsymbol{b}}_\zeta(t)\end{aligned}$$

  - Ein mitbewegter Beobachter sieht nur den ersten Anteil:

$$\frac{{}^B d\,\boldsymbol{V}}{dt} = \dot{V}_\xi\,\boldsymbol{b}_\xi + \dot{V}_\eta\,\boldsymbol{b}_\eta + \dot{V}_\zeta\,\boldsymbol{b}_\zeta$$

- Dieser Anteil ist die zeitliche Änderung des Vektors relativ zum Bezugssystem *Bξηζ*.
- Beispiel:



- Beim Öffnen der Schiebetür in einem Eisenbahnwaggon ändert sich der Vektor

$$\boldsymbol{r}_{PQ}(t) = \left(\eta_Q(t) - \eta_P\right)\boldsymbol{b}_\eta$$

- Ein Beobachter im Waggon beobachtet die zeitliche Änderung

$$\frac{{}^B d\,\boldsymbol{r}_{PQ}}{dt} = \dot{\eta}_Q\,\boldsymbol{b}_\eta$$

  relativ zum Waggon.

– Ein ruhender Beobachter sieht die gesamte, absolute zeitliche Änderung.

- Im angeführten Beispiel ist das ein Beobachter, der außerhalb des Waggons steht.

1. Kinematik

- Die zeitlichen Ableitungen der Einheitsvektoren berechnen sich zu

$$\dot{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{\xi}}(t) = \dot{\boldsymbol{R}}(t)\,\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{x}} = \dot{\boldsymbol{R}}(t)\,\boldsymbol{R}^{\boldsymbol{T}}(t)\,\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{\xi}}(t)$$
$$\dot{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{\eta}}(t) = \dot{\boldsymbol{R}}(t)\,\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{y}} = \dot{\boldsymbol{R}}(t)\,\boldsymbol{R}^{\boldsymbol{T}}(t)\,\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{\eta}}(t)$$
$$\dot{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{\zeta}}(t) = \dot{\boldsymbol{R}}(t)\,\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{z}} = \dot{\boldsymbol{R}}(t)\,\boldsymbol{R}^{\boldsymbol{T}}(t)\,\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{\zeta}}(t)$$

- Damit folgt:

$$\dot{\boldsymbol{V}} = \frac{{}^{B}d\,\boldsymbol{V}}{dt} + \dot{\boldsymbol{R}}\,\boldsymbol{R}^{\boldsymbol{T}}\left(V_{\xi}\,\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{\xi}} + V_{\eta}\,\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{\eta}} + V_{\zeta}\,\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{\zeta}}\right) = \frac{{}^{B}d\,\boldsymbol{V}}{dt} + \dot{\boldsymbol{R}}\,\boldsymbol{R}^{\boldsymbol{T}}\,\boldsymbol{V}$$

- Aus $\boldsymbol{R}(t)\,\boldsymbol{R}^T(t) = \boldsymbol{I}$ folgt:

$$\frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{R}\,\boldsymbol{R}^T\right) = \dot{\boldsymbol{R}}\,\boldsymbol{R}^T + \boldsymbol{R}\,\dot{\boldsymbol{R}}^T = \boldsymbol{0} \quad \rightarrow \quad \dot{\boldsymbol{R}}\,\boldsymbol{R}^T = -\boldsymbol{R}\,\dot{\boldsymbol{R}}^T = -\left(\dot{\boldsymbol{R}}\,\boldsymbol{R}^T\right)^T$$

- Der Tensor $\dot{\boldsymbol{R}}\,\boldsymbol{R}^T = \boldsymbol{\Omega}$ ist also antimetrisch. Daher gibt es einen Vektor $\boldsymbol{\omega}$, so dass für jeden beliebigen Vektor $\boldsymbol{V}$ gilt:

$$\boldsymbol{\Omega}\,\boldsymbol{V} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{V}$$

- Der Vektor $\boldsymbol{\omega}$ ist der Vektor der Winkelgeschwindigkeit, mit der sich das bewegte Koordinatensystem dreht.

- Seine Richtung entspricht der momentanen Drehachse und sein Betrag der momentanen zeitlichen Änderung des Winkels.

1. Kinematik

- Zwischen der absoluten zeitlichen Änderung eines Vektors und seiner zeitlichen Änderung relativ zu einem Koordinatensystem, das sich mit der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ dreht, besteht also der Zusammenhang:

$$\boxed{\dot{\boldsymbol{V}} = \frac{{}^{B}d\,\boldsymbol{V}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{V}}$$

- Ortsvektoren:
  - Für den Ortsvektor des Punktes *P* im System *Oxyz* gilt

$$\boldsymbol{r}_P = \boldsymbol{r}_B + \boldsymbol{r}_{BP}$$

  - Dabei ist $\boldsymbol{r}_{BP} = \xi\, \boldsymbol{b}_\xi(t) + \eta\, \boldsymbol{b}_\eta(t) + \zeta\, \boldsymbol{b}_\zeta(t)$

    der Ortsvektor des Punktes *P* im System *Bξηζ.*

- Geschwindigkeiten:
  - Ein mit dem System *Bξηζ* bewegter Beobachter misst die Relativgeschwindigkeit

$$ {}^{B}\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{P}} = \frac{{}^{B}d\,\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{BP}}}{dt} = \dot{\xi}\,\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{\xi}} + \dot{\eta}\,\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{\eta}} + \dot{\zeta}\,\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{\zeta}} $$

  - Ein im System *Oxyz* ruhender Beobachter misst die Absolutgeschwindigkeit

$$ \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{P}} = \dot{\boldsymbol{r}}_{P} = \dot{\boldsymbol{r}}_{B} + \dot{\boldsymbol{r}}_{BP} = \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{B}} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{BP}} + {}^{B}\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{P}} $$

1. Kinematik

- Für die Absolutgeschwindigkeit gilt also:

$$\boxed{\boldsymbol{v}_P = \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{BP} + {}^B\boldsymbol{v}_P}$$

- Dabei ist
  - $\boldsymbol{v}_B = \dot{\boldsymbol{r}}_B$ die Geschwindigkeit des Punktes *B*, die ein Beobachter im System *Oxyz* misst,
  - ${}^B\boldsymbol{v}_P$ die Geschwindigkeit des Punktes *P*, die ein mitbewegter Beobachter im System *Bξηζ* misst,
  - $\boldsymbol{r}_{BP}$ der Ortsvektor des Punkts *P* im System *Bξηζ*, und
  - $\boldsymbol{\omega}$ die Winkelgeschwindigkeit, mit der sich das System *Bξηζ* dreht.

1. Kinematik

- Die Absolutgeschwindigkeit setzt sich zusammen
  - aus der Führungsgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}_f = \boldsymbol{v}_B + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{BP}$
  - und der Relativgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}_r = {}^B\boldsymbol{v}_P$
- Die Führungsgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}_f$ ist die Geschwindigkeit, die der Punkt *P* hätte, wenn er im System $B\xi\eta\zeta$ ruhen würde.
- Die Relativgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}_r$ ist die Geschwindigkeit, die ein im System $B\xi\eta\zeta$ mitbewegter Beobachter misst.

- Beschleunigungen:
  - Die Absolutbeschleunigung ist die zeitliche Ableitung der Absolutgeschwindigkeit: $$\boldsymbol{a}_{\boldsymbol{P}} = \dot{\boldsymbol{v}}_P = \dot{\boldsymbol{v}}_B + \frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{\boldsymbol{BP}}\right) + {}^B\dot{\boldsymbol{v}}_P$$
  - $\dot{\boldsymbol{v}}_B = \boldsymbol{a}_{\boldsymbol{B}}$ ist die Beschleunigung des Punktes *B* im System *Oxyz.*
  - Die Beschleunigung ${}^B\dot{\boldsymbol{v}}_P$ berechnet sich zu

$${}^B\dot{\boldsymbol{v}}_P = \frac{d}{dt}\left(\dot{\xi}\,\boldsymbol{b}_{\xi} + \dot{\eta}\,\boldsymbol{b}_{\eta} + \dot{\zeta}\,\boldsymbol{b}_{\zeta}\right) = \frac{{}^B d\,{}^{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{P}}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times {}^{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{P}}$$

- Die Beschleunigung

$$ {}^B\boldsymbol{a}_P = \frac{{}^B d\, {}^B\boldsymbol{v}_P}{dt} = \ddot{\xi}\, \boldsymbol{b}_\xi + \ddot{\eta}\, \boldsymbol{b}_\eta + \ddot{\zeta}\, \boldsymbol{b}_\zeta $$

  ist die Beschleunigung, die ein mit dem System *Bξηζ* bewegter Beobachter misst.

- Der zweite Summand berechnet sich zu

$$ \frac{d}{dt}\left(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{BP}\right) = \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{r}_{BP} + \boldsymbol{\omega} \times \dot{\boldsymbol{r}}_{BP} = \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{r}_{BP} + \boldsymbol{\omega} \times \left(\frac{{}^B d\, \boldsymbol{r}_{BP}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{BP} \right) $$

$$ = \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{r}_{BP} + \boldsymbol{\omega} \times {}^B\boldsymbol{v}_P + \boldsymbol{\omega} \times \left(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{BP} \right) $$

- Damit gilt für die Absolutbeschleunigung:

$$\boldsymbol{a}_P = \underbrace{\boldsymbol{a}_B + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{r}_{BP} + \boldsymbol{\omega} \times \left(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{BP} \right)} + \underbrace{{}^B\boldsymbol{a}_P} + \underbrace{2 \boldsymbol{\omega} \times {}^B\boldsymbol{v}_P}$$

Führungsbeschleunigung $\boldsymbol{a}_f$

Relativbeschleunigung $\boldsymbol{a}_r$

Coriolisbeschleunigung $\boldsymbol{a}_c$

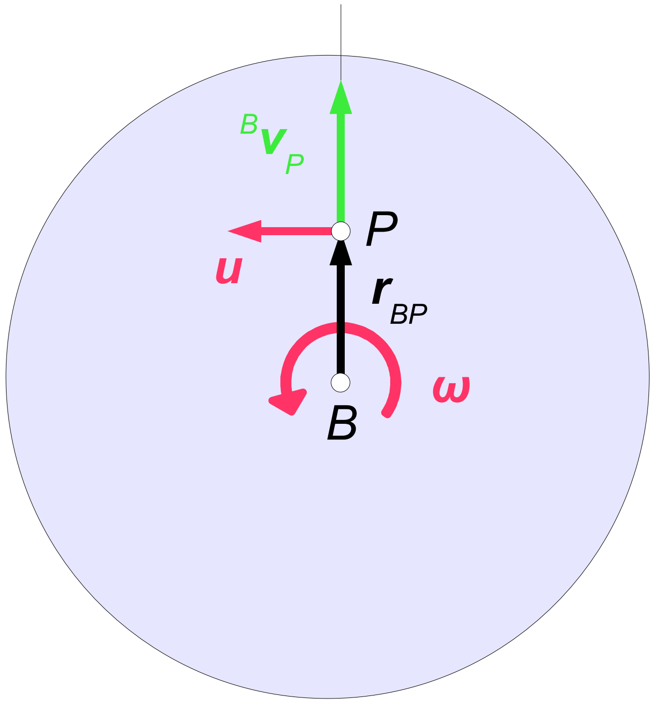
1. Kinematik

- Die Führungsbeschleunigung $\boldsymbol{a}_f$ ist die Beschleunigung, die der Punkt *P* hätte, wenn er im System *Bξηζ* ruhen würde.
- Sie setzt sich zusammen aus
  - der Beschleunigung $\boldsymbol{a}_B$ des Bezugspunktes *B*,
  - der Beschleunigung $\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{r}_{BP}$ infolge der Drehbeschleunigung, und
  - der Zentripetalbeschleunigung $\boldsymbol{\omega} \times \left(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}_{BP} \right)$
- Die Relativbeschleunigung $\boldsymbol{a}_r$ ist die Beschleunigung, die ein im System *Bξηζ* mitbewegter Beobachter misst.

– Die Coriolisbeschleunigung $\boldsymbol{a}_c$ steht senkrecht auf $\boldsymbol{\omega}$ und ${}^B\boldsymbol{v}_P$. Sie verschwindet für

- $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$ oder
- ${}^B\boldsymbol{v}_P = \mathbf{0}$ oder
- wenn $\boldsymbol{\omega}$ und ${}^B\boldsymbol{v}_P$ parallel sind.

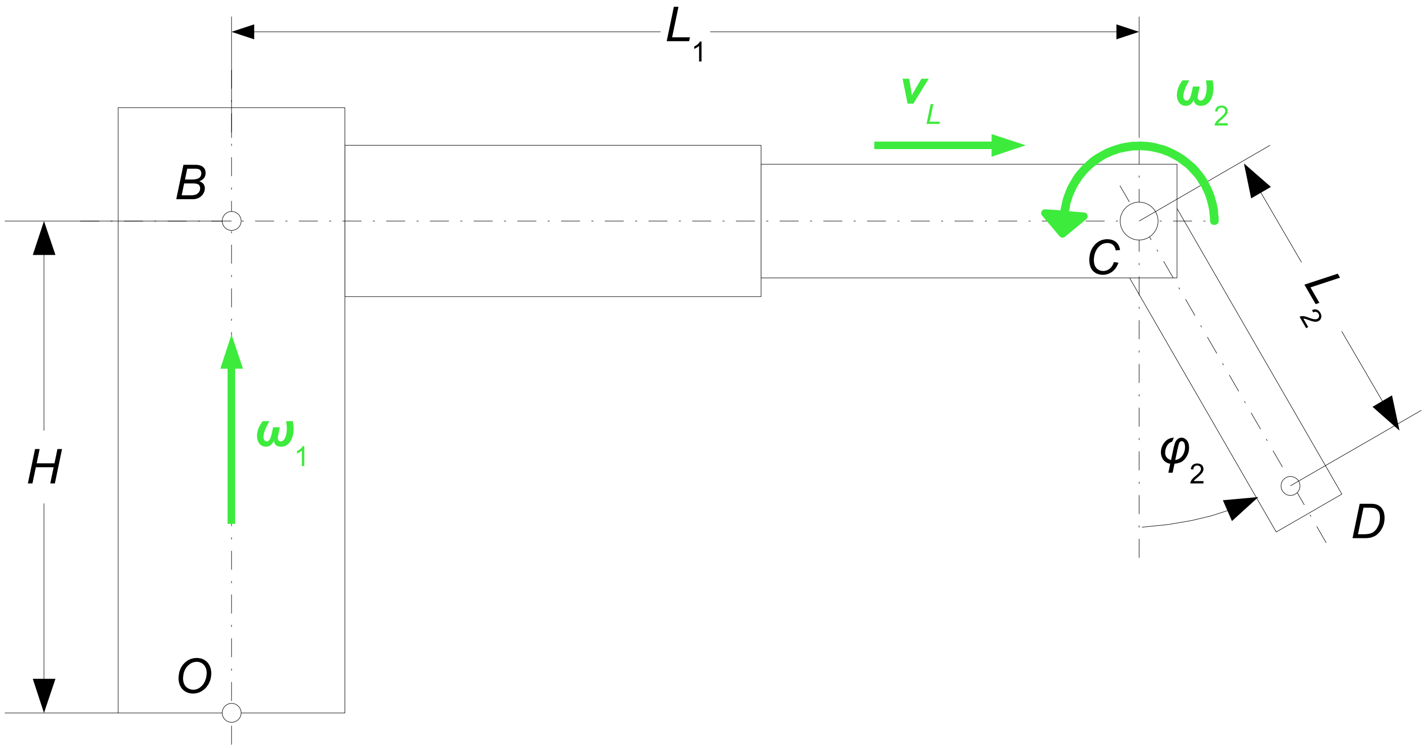
- Veranschaulichung der Coriolisbeschleunigung:
  - Der Punkt P bewege sich auf der mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Scheibe mit der konstanten Relativgeschwindigkeit ${}^B\boldsymbol{v}_P$ nach außen.



1. Kinematik

- Während der Zeit *Δt* vergrößert sich der Abstand des Punktes *P* vom Drehpunkt *B* um $\Delta \boldsymbol{r} = {}^B\boldsymbol{v}_P \Delta t$.
- Dazu muss sich die Umfangsgeschwindigkeit um
$$\Delta \boldsymbol{u} = \boldsymbol{\omega} \times \Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{\omega} \times {}^B\boldsymbol{v}_P \Delta t$$
vergrößern.
- Das entspricht einer Beschleunigung von $\boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{\omega} \times {}^B\boldsymbol{v}_P$.
- Gleichzeitig ändert sich infolge der Drehung die Richtung des Vektors ${}^B\boldsymbol{v}_P$. Daraus resultiert eine Beschleunigung von
$$\boldsymbol{a}_2 = \boldsymbol{\omega} \times {}^B\boldsymbol{v}_P$$
- Die gesamte Beschleunigung ist daher
$$\boldsymbol{a}_c = \boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2 = 2\boldsymbol{\omega} \times {}^B\boldsymbol{v}_P$$

- Beispiel: Roboterarm

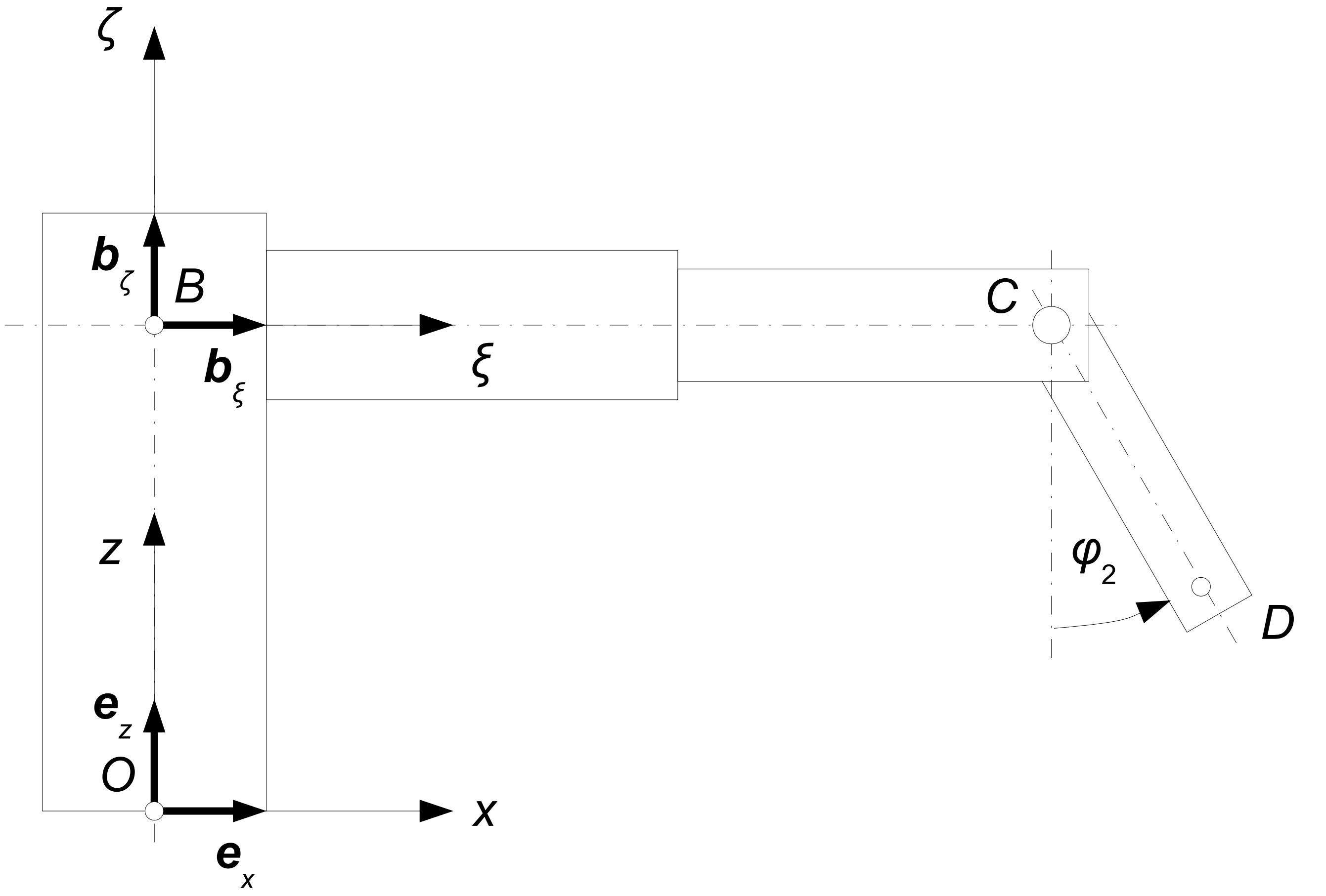


1. Kinematik

- Gegeben:
  - Der Roboter dreht sich um die Achse *OB* mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_1.
  - Der Arm *BC* wird mit einer konstanten Geschwindigkeit v_L ausgefahren.
  - Der Arm *CD* wird mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_2 geschwenkt.
- Gesucht:
  - Geschwindigkeiten und Beschleunigungen des Punktes *D*

1. Kinematik

- Koordinatensysteme:



- Koordinatensystem *Oxyz* ist ruhend:
  - Ursprung *O*
  - Einheitsvektoren $\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{e}_z$
  - Koordinaten *x, y, z*
- Koordinatensystem $B\xi\eta\zeta$ rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 um die Achse *OB*:
  - Ursprung *B*
  - Einheitsvektoren $\boldsymbol{b}_\xi$, $\boldsymbol{b}_\eta$, $\boldsymbol{b}_\zeta$
  - Koordinaten ξ, η, ζ
- Alle Ergebnisse werden im Koordinatensystem $B\xi\eta\zeta$ angegeben.

- Ortsvektor von Punkt *D*:
  - Für den Ortsvektor von Punkt *D* im Koordinatensystem *Bξηζ* gilt: $\boldsymbol{r}_{BD} = \boldsymbol{r}_{BC} + \boldsymbol{r}_{CD}$
  - Mit $\boldsymbol{r}_{BC} = L_1(t)\,\boldsymbol{b}_\xi$

    und $\boldsymbol{r}_{CD} = L_2\left(\sin(\phi_2)\,\boldsymbol{b}_\xi - \cos(\phi_2)\,\boldsymbol{b}_\zeta\right) = L_2\left(\sin(\omega_2 t)\,\boldsymbol{b}_\xi - \cos(\omega_2 t)\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)$

    folgt: $\boldsymbol{r}_{BD} = \left(L_1(t) + L_2 \sin(\omega_2 t)\right)\boldsymbol{b}_\xi - L_2 \cos(\omega_2 t)\,\boldsymbol{b}_\zeta$
- Relativgeschwindigkeit von Punkt *D*:
  - Mit $\dot{L}_1 = v_L$ berechnet sich die Relativgeschwindigkeit zu

$$^B\boldsymbol{v}_D = \frac{^B d\,\boldsymbol{r}_{BD}}{dt} = \left(v_L + \omega_2 L_2 \cos(\omega_2 t)\right)\boldsymbol{b}_\xi + \omega_2 L_2 \sin(\omega_2 t)\,\boldsymbol{b}_\zeta$$

- Das gleiche Ergebnis folgt auch aus der Überlegung, dass sich für einen mit dem System *Bξηζ* bewegten Beobachter der Punkt *D* mit der Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_2$ um Punkt *C* dreht, der sich mit der konstanten Geschwindigkeit $\boldsymbol{v}_L$ bewegt:

$$^{B}\boldsymbol{v}_D = \boldsymbol{v}_L + \boldsymbol{\omega}_2 \times \boldsymbol{r}_{CD}$$

– Führungsgeschwindigkeit von Punkt *D*:

- Wegen $\boldsymbol{v}_B = \mathbf{0}$ gilt:

$$\boldsymbol{v}_f = \boldsymbol{\omega}_1 \times \boldsymbol{r}_{BD} = \omega_1 \boldsymbol{b}_\zeta \times \left[\left(L_1 + L_2 \sin(\phi_2) \right) \boldsymbol{b}_\xi - L_2 \cos(\phi_2) \boldsymbol{b}_\zeta \right]$$
$$= \omega_1 \left(L_1 + L_2 \sin(\phi_2) \right) \boldsymbol{b}_\eta$$

- Diese Geschwindigkeit hätte der Punkt *D*, wenn er im System *Bξηζ* in der momentanen Lage in Ruhe wäre.

1. Kinematik

- Absolutgeschwindigkeit von Punkt *D*:
  - Die Absolutgeschwindigkeit berechnet sich zu

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}_D &= \boldsymbol{v}_f + {}^B\boldsymbol{v}_D \\ &= \left(v_L + \omega_2 L_2 \cos(\omega_2 t) \right) \boldsymbol{b}_\xi + \omega_1 \left(L_1(t) + L_2 \sin(\omega_2 t) \right) \boldsymbol{b}_\eta \\ &\quad + \omega_2 L_2 \sin(\omega_2 t) \boldsymbol{b}_\zeta \end{aligned}$$

- Relativbeschleunigung von Punkt *D*:
  - Die Relativbeschleunigung berechnet sich zu

$$ {}^B\boldsymbol{a}_D = \frac{{}^B d\, {}^B\boldsymbol{v}_D}{dt} = -\omega_2^2 L_2 \sin(\omega_2 t) \boldsymbol{b}_\xi + \omega_2^2 L_2 \cos(\omega_2 t) \boldsymbol{b}_\zeta = -\omega_2^2 \boldsymbol{r}_{CD} $$

  - Die Relativbeschleunigung ist gleich der Zentripetalbeschleunigung infolge der Kreisbewegung um Punkt *C*.

1. Kinematik

- Führungsbeschleunigung von Punkt *D*:
  - Mit $\boldsymbol{a}_B = \mathbf{0}$ und $\dot{\boldsymbol{\omega}}_1 = \mathbf{0}$ folgt für die Führungsbeschleunigung:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_f &= \boldsymbol{\omega}_1 \times \left(\boldsymbol{\omega}_1 \times \boldsymbol{r}_{BD}\right)\\ &= \omega_1 \boldsymbol{b}_\zeta \times \left[\omega_1 \boldsymbol{b}_\zeta \times \left(\left(L_1 + L_2 \sin(\phi_2)\right)\boldsymbol{b}_\xi - L_2 \cos(\phi_2)\,\boldsymbol{b}_\zeta\right)\right]\\ &= \omega_1^2 \boldsymbol{b}_\zeta \times \left(L_1 + L_2 \sin(\phi_2)\right)\boldsymbol{b}_\eta = -\omega_1^2\left(L_1 + L_2 \sin(\phi_2)\right)\boldsymbol{b}_\xi\end{aligned}$$

  - Die Führungsbeschleunigung ist gleich der Zentripetalbeschleunigung infolge der Drehung um die Achse *OB*, wenn Punkt *D* im System *Bξηζ* in der momentanen Lage in Ruhe wäre.

1. Kinematik

- Coriolisbeschleunigung von Punkt *D*:
  - Die Coriolisbeschleunigung berechnet sich zu

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{a}_c &= 2\,\boldsymbol{\omega}_1 \times {}^{B}\boldsymbol{v}_D \\
&= 2\,\omega_1\,\boldsymbol{b}_\zeta \times \left[\left(v_L + \omega_2 L_2 \cos(\omega_2 t) \right) \boldsymbol{b}_\xi + \omega_2 L_2 \sin(\omega_2 t)\,\boldsymbol{b}_\zeta \right] \\
&= 2\,\omega_1 \left(v_L + \omega_2 L_2 \cos(\omega_2 t) \right) \boldsymbol{b}_\eta
\end{aligned}
$$

- Absolutbeschleunigung von Punkt *D*:
  - Die Absolutbeschleunigung berechnet sich zu

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{a}_D = \boldsymbol{a}_f + {}^{B}\boldsymbol{a}_D + \boldsymbol{a}_c = &-\left[\omega_1^2 L_1 + \left(\omega_1^2 + \omega_2^2 \right) L_2 \sin(\omega_2 t) \right] \boldsymbol{b}_\xi \\
&+ 2\,\omega_1 \left(v_L + \omega_2 L_2 \cos(\omega_2 t) \right) \boldsymbol{b}_\eta \\
&+ \omega_2^2 L_2 \cos(\omega_2 t)\,\boldsymbol{b}_\zeta
\end{aligned}
$$