

1. Grundlagen

1.1 Idealisierungen

1.2 Definitionen

1.3 Integrierter Impuls- und Drallsatz

1.1 Idealisierungen

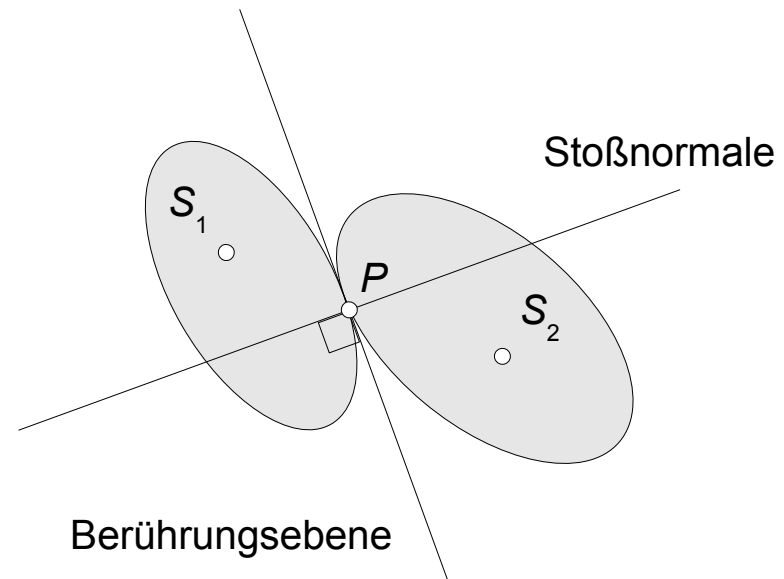
- Idealisierungen sind vereinfachende Annahmen, die getroffen werden, damit ein Problem rechnerisch untersucht werden kann.
- Bei Stoßvorgängen werden folgende Annahmen getroffen:
 - Die Stoßdauer t_s ist so klein, dass Lageänderungen der beiden Körper während der Stoßdauer vernachlässigt werden können.
 - Die an der Berührstelle der Körper auftretenden Kräfte sind so groß, dass während der Stoßdauer alle anderen Kräfte vernachlässigt werden können.

1.1 Idealisierungen

- Die Verformungen der beiden Körper sind so klein, dass die Bewegungsgesetze für starre Körper angewendet werden können.

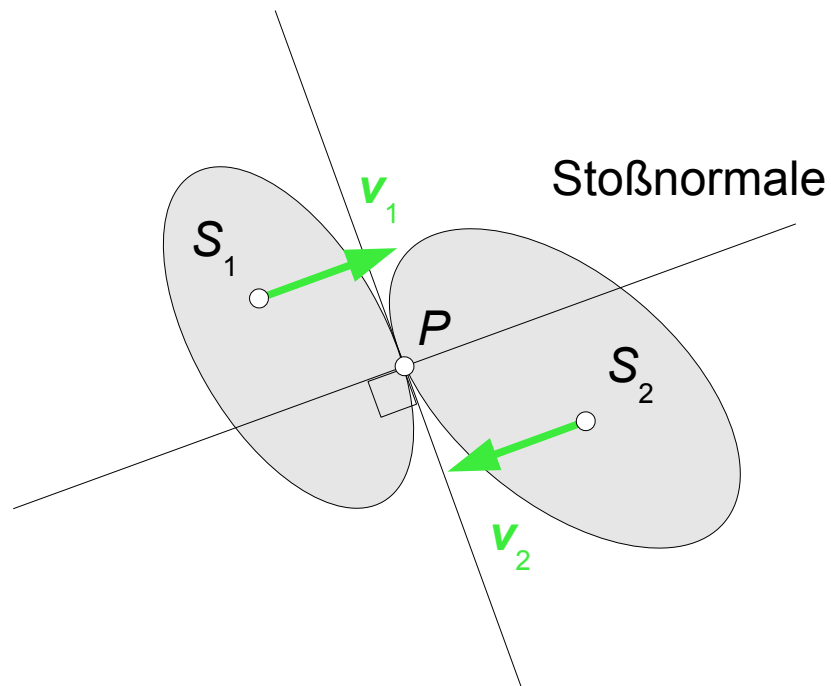
1.2 Definitionen

- Die Berührungsebene liegt tangential zu den beiden Körpern.
- Der Stoßpunkt P liegt in der Berührungsebene.
- Die Stoßnormale geht durch den Stoßpunkt P und steht senkrecht auf der Berührungsebene.

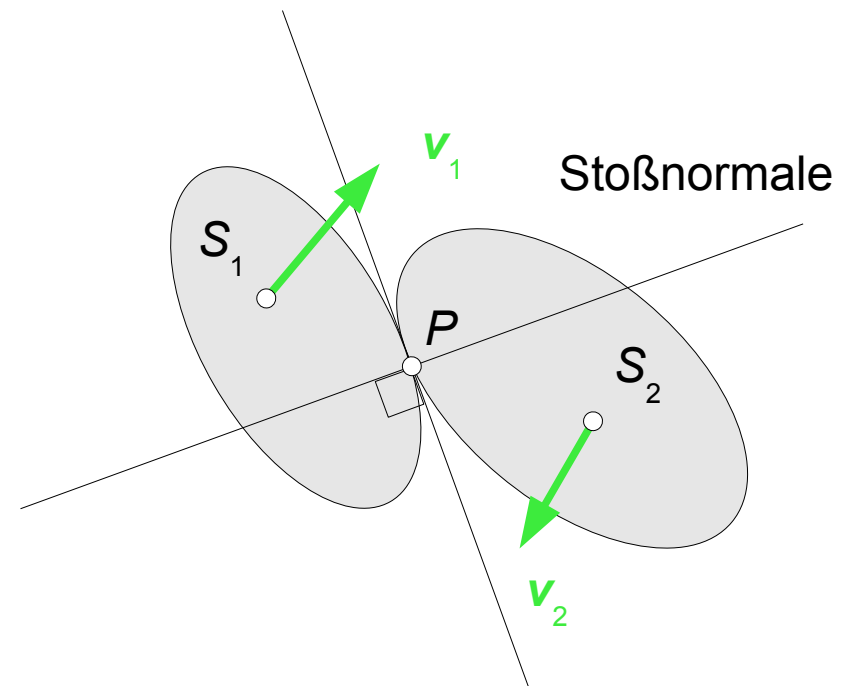


1.2 Definitionen

- Gerader Stoß:



- Schiefer Stoß:

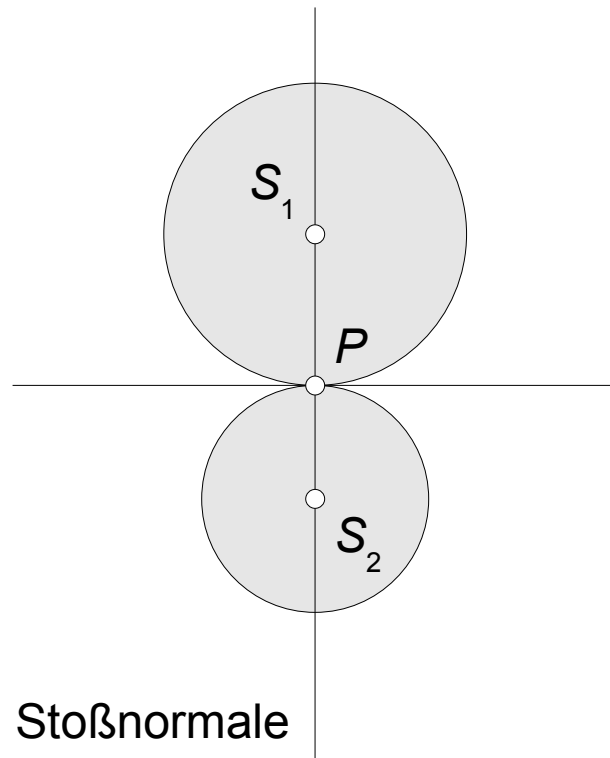


1.2 Definitionen

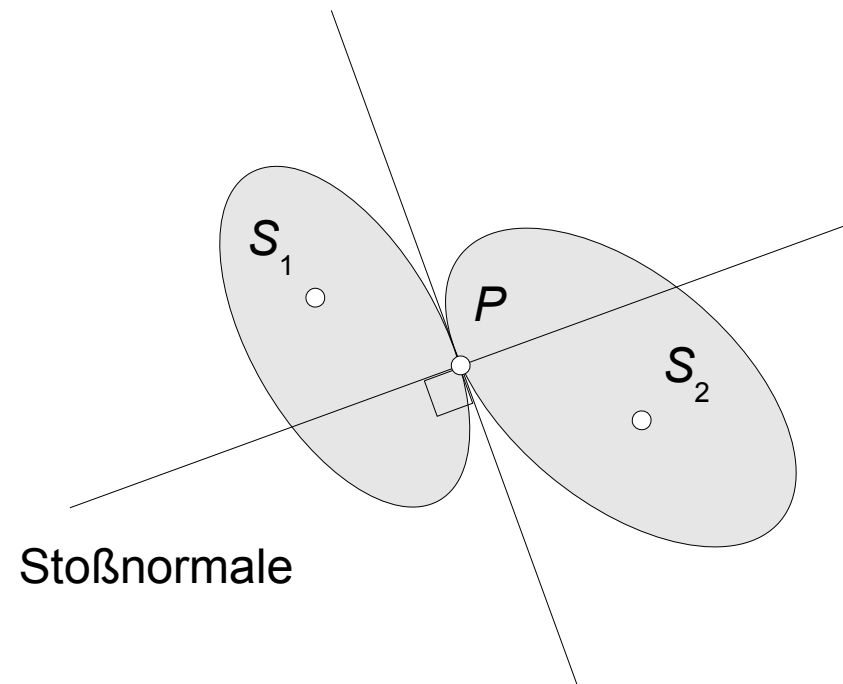
- Beim geraden Stoß haben die Geschwindigkeiten unmittelbar vor dem Stoß die Richtung der Stoßnormalen.
- Beim schiefen Stoß stimmen die Richtungen der Geschwindigkeiten unmittelbar vor dem Stoß nicht mit der Stoßnormalen überein.

1.2 Definitionen

- Zentrischer Stoß:



- Exzentrischer Stoß:



1.2 Definitionen

- Beim zentrischen Stoß geht die Stoßnormale durch die beiden Schwerpunkte.
- Beim exzentrischen Stoß geht die Stoßnormale nicht durch die beiden Schwerpunkte.

1.2 Definitionen

- Glatter Stoß:
 - Reibungskräfte werden vernachlässigt.
 - Die Stoßkräfte wirken in Richtung der Stoßnormalen.
- Rauer Stoß:
 - Reibungskräfte werden berücksichtigt.
 - Es wirken auch Kräfte in der Berührungsebene.

1.3 Integrierter Impuls- und Drallsatz

- Integrierter Impulssatz:

- Die Bewegung des Schwerpunktes eines starren Körpers wird durch den Impulssatz beschrieben:

$$m \dot{\mathbf{v}}_S = \mathbf{F}$$

- Integration bezüglich der Zeit liefert:
$$\int_{t_1}^{t_2} m \dot{\mathbf{v}}_S dt = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt$$

- Mit dem Kraftstoß
$$\hat{\mathbf{F}} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt$$

lautet der integrierte Impulssatz:

$$m \left(\mathbf{v}_S(t_2) - \mathbf{v}_S(t_1) \right) = \hat{\mathbf{F}}$$

- Für ebene Probleme folgen daraus die beiden Gleichungen:

$$m \left(v_{Sx}(t_2) - v_{Sx}(t_1) \right) = \hat{F}_x, \quad m \left(v_{Sy}(t_2) - v_{Sy}(t_1) \right) = \hat{F}_y$$

1.3 Integrierter Impuls- und Drallsatz

- Integrierter Drallsatz:

- Die Drehung eines starren Körpers um seinen Schwerpunkt wird durch den Drallsatz beschrieben:

$$\dot{\mathbf{L}}_S = \mathbf{M}_S$$

- Integration bezüglich der Zeit liefert:
$$\int_{t_1}^{t_2} \dot{\mathbf{L}}_S dt = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{M}_S dt$$

- Für einen Stoß ist die Zeit $t_S = t_2 - t_1$ so klein, dass die Lageänderung des Körpers während dieser Zeit vernachlässigt werden kann.

1.3 Integrierter Impuls- und Drallsatz

- Daher gilt:

$$\int_{t_1}^{t_2} \mathbf{M}_S dt = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{r}_P \times \mathbf{F} dt = \mathbf{r}_P \times \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt = \mathbf{r}_P \times \hat{\mathbf{F}}$$

- Mit $\int_{t_1}^{t_2} \dot{\mathbf{L}}_S dt = \mathbf{L}_S(t_2) - \mathbf{L}_S(t_1) = \mathbf{J}_S(\boldsymbol{\omega}(t_2) - \boldsymbol{\omega}(t_1))$

lautet der integrierte Drallsatz:

$$\mathbf{J}_S(\boldsymbol{\omega}(t_2) - \boldsymbol{\omega}(t_1)) = \mathbf{r}_P \times \hat{\mathbf{F}}$$

- Für eine Drehung um die z-Achse folgt daraus:

$$J_{S_z}(\omega(t_2) - \omega(t_1)) = x_P \hat{F}_y - y_P \hat{F}_x$$

