3. Rauer Stoß

- Annahme:
  - Die Körper haften während des Stoßes aneinander.
  - Dann sind die Geschwindigkeitskomponenten am Berührungspunkt *P* in der Berührungsebene während des Stoßes und damit auch unmittelbar nach dem Stoß gleich:

$$V_{P1y} = V_{P2y}$$

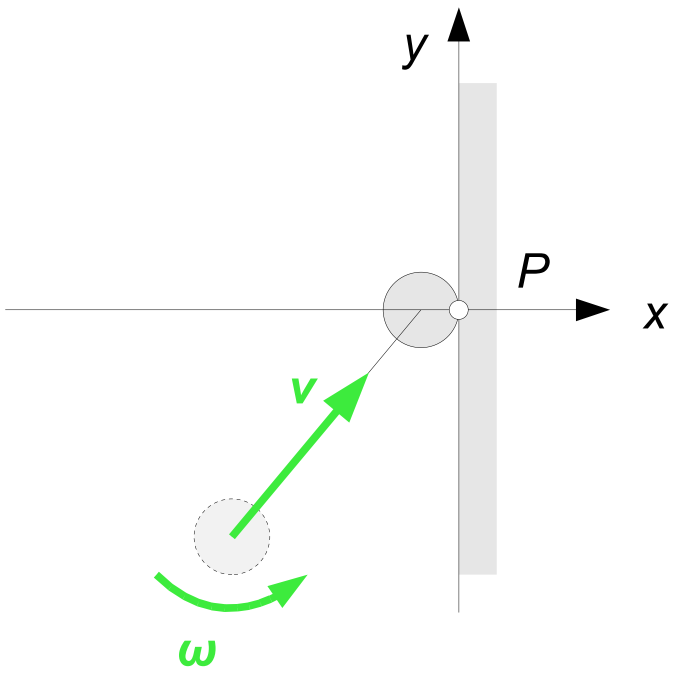
  - Diese starke Vereinfachung kann dazu führen, dass die Energie nach dem Stoß größer als vor dem Stoß ist.
  - Im Allgemeinen ist eine Untersuchung der Kontaktkräfte während der Stoßzeit notwendig.

3. Rauer Stoß

- Aufgabenstellung:
  - Eine homogene Kugel stößt schief gegen eine raue Wand.
  - Bekannt ist die Masse m, das Massenträgheitsmoment J_S sowie die Schwerpunktsgeschwindigkeit $\boldsymbol{v}$ und die Winkelgeschwindigkeit ω vor dem Stoß.
  - Gesucht ist die Schwerpunktsgeschwindigkeit $\boldsymbol{V}$ und die Winkelgeschwindigkeit Ω nach dem Stoß.

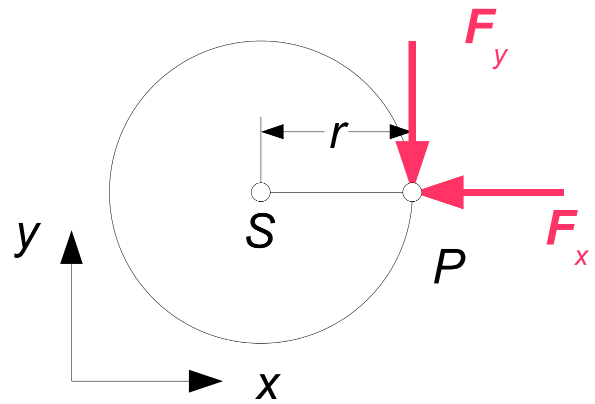
3. Rauer Stoß

- Koordinatensystem:
  - Die *x*-Achse steht senkrecht auf der Wand.
  - Die *y*-Achse ist parallel zur Wand.



3. Rauer Stoß

- Aufstellen der Gleichungen:
  - Integrierter Impulssatz:



$$m\left(V_x - v_x\right) = -\hat{F}_x$$
$$m\left(V_y - v_y\right) = -\hat{F}_y$$

  - Integrierter Drallsatz bezüglich des Schwerpunkts:

$$J_S\left(\Omega - \omega\right) = -r\,\hat{F}_y$$

  - Stoßbedingung: $k = -\dfrac{V_{Px}}{v_{Px}} = -\dfrac{V_x}{v_x} \rightarrow V_x = -k\,v_x$

  - Haftbedingung: $V_{Py} = 0 \rightarrow V_y + r\,\Omega = 0 \rightarrow V_y = -r\,\Omega$

3. Rauer Stoß

- Aus dem integrierten Impulssatz in *y*-Richtung folgt:

$$\hat{F}_y = -m\left(V_y - v_y\right) = m\left(r\,\Omega + v_y\right)$$

- Damit folgt aus dem integrierten Drallsatz:

$$J_S\left(\Omega - \omega\right) = -r\,m\left(r\,\Omega + v_y\right)$$

$$\rightarrow \quad \left(J_S + m\,r^2\right)\Omega = J_S\,\omega - m\,r\,v_y \qquad \rightarrow \quad \Omega = \frac{J_S\,\omega - m\,r\,v_y}{J_S + m\,r^2}$$

- Mit $J_S = \frac{2}{5} m\,r^2$ folgt:

$$\Omega = \frac{\frac{2}{5} m\,r^2\,\omega - m\,r\,v_y}{\frac{2}{5} m\,r^2 + m\,r^2} = \frac{2}{7}\omega - \frac{5}{7}\frac{v_y}{r}$$

3. Rauer Stoß

- Ergebnis:

$$\Omega=\frac{2}{7}\omega-\frac{5}{7}\frac{v_y}{r}, \quad V_x=-k\,v_x, \quad V_y=\frac{5}{7}v_y-\frac{2}{7}r\,\omega$$

  - Fall 1: $\omega>\frac{5}{2}\frac{v_y}{r} \quad\rightarrow\quad V_y<0, \quad \Omega>0$
    - Die Kugel prallt nach unten zurück und behält dabei ihre Drehrichtung bei.
  - Fall 2: $\omega<\frac{5}{2}\frac{v_y}{r} \quad\rightarrow\quad V_y>0, \quad \Omega<0$
    - Die Kugel prallt nach oben zurück und ändert dabei ihre Drehrichtung.