

4.1 Ebene gerade Balken

Aufgaben

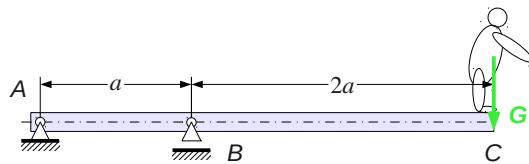
Aufgabe 1

Auf dem abgebildeten Sprungbrett steht eine Person mit dem Gewicht G .

- Bestimmen Sie die Lagerkräfte.
- Ermitteln Sie den Verlauf von Querkraft und Biegemoment und stellen Sie die Verläufe graphisch dar.

Zahlenwerte: $a = 1 \text{ m}$, $G = 600 \text{ N}$

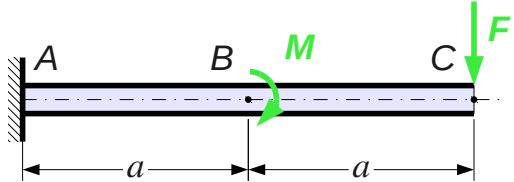
(Ergebnis: a) Lager A: $1200 \text{ N} \downarrow$; Lager B: $1800 \text{ N} \uparrow$; b) Betrag der maximalen Querkraft: 1200 N ; Betrag des maximalen Biegemoments: 1200 Nm)



Aufgabe 2

Am abgebildeten Kragbalken greift im Punkt B das Moment M und im Punkt C die Kraft F an.

- Bestimmen Sie die Lagerreaktionen im Punkt A.
- Zeichnen Sie den Verlauf von Querkraft und Biegemoment.



Zahlenwerte: $a = 2 \text{ m}$, $F = 100 \text{ N}$, $M = 800 \text{ Nm}$

(Ergebnis: a) Einspannung A: $100 \text{ N} \uparrow$, $1200 \text{ Nm} \circlearrowleft$; b) Betrag der maximalen Querkraft: 100 N , Betrag des maximalen Biegemoments: 1200 Nm)

Aufgabe 3

Der Träger AB ist im Punkt B gelenkig gelagert und wird im Punkt C durch eine gelenkig angeschlossene Strebe gehalten, die im Punkt D gelenkig gelagert ist. Im Punkt A greift die Kraft F an.

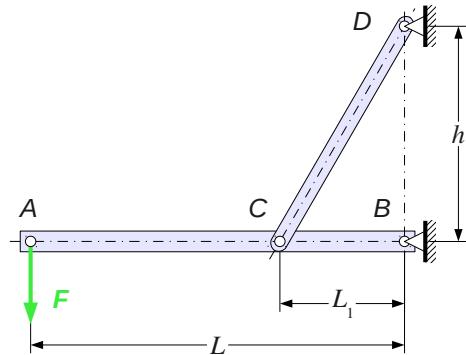
- Ermitteln Sie die in den Gelenken B und C am Träger AB angreifenden Kräfte.

- b) Ermitteln Sie für den Träger AB den Verlauf von Normalkraft, Querkraft und Biegemoment und stellen Sie die Verläufe graphisch dar.

Zahlenwerte: $L = 3 \text{ m}$, $L_1 = 1 \text{ m}$, $h = 1,732 \text{ m}$, $F = 300 \text{ N}$

(Ergebnis: a) Kräfte auf Träger AB: Gelenk B: $519,6 \text{ N} \leftarrow$, $600 \text{ N} \downarrow$; Gelenk C: $519,6 \text{ N} \rightarrow$, $900 \text{ N} \uparrow$; b) Betrag der maximalen Normalkraft:

$519,6 \text{ N}$, Betrag der maximalen Querkraft: 600 N , Betrag des maximalen Biegemoments: 600 Nm)



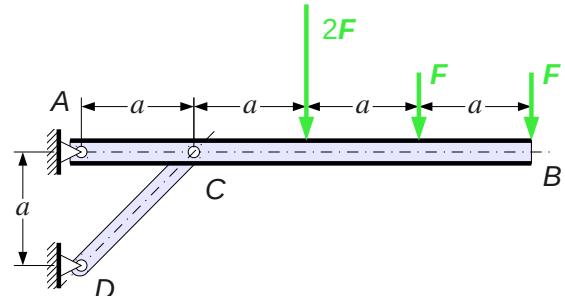
Aufgabe 4

Der Träger AB ist im Punkt A gelenkig gelagert und wird durch die im Punkt C gelenkig angeschlossene Strebe DC gestützt. Die Strebe ist im Punkt D gelenkig gelagert.

- a) Ermitteln Sie die in den Punkten A und C am Träger AB angreifenden Kräfte.
 b) Ermitteln Sie für den Träger AB den Verlauf von Normalkraft, Querkraft und Biegemoment und stellen Sie die Verläufe graphisch dar.

Zahlenwerte: $a = 1 \text{ m}$, $F = 100 \text{ N}$

(Ergebnis: a) Kräfte auf Träger AB: Gelenk A: $1100 \text{ N} \leftarrow$, $700 \text{ N} \downarrow$; Gelenk C: $1100 \text{ N} \rightarrow$, $1100 \text{ N} \uparrow$; b) Betrag der maximalen Normalkraft: 1100 N , Betrag der maximalen Querkraft: 700 N , Betrag des maximalen Biegemoments: 700 Nm)



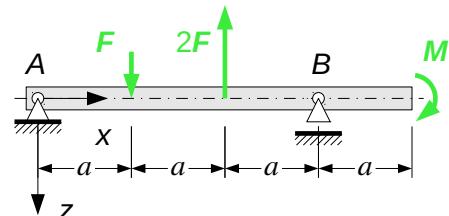
Aufgabe 5

Bestimmen Sie für den abgebildeten Balken:

- a) die Lagerreaktionen
 b) auf graphischem Wege den Verlauf von Querkraft und Biegemoment

Gegeben: a , F , $M = 6aF$

(Ergebnis: a) Lager A: $2F \downarrow$, Lager B: $F \uparrow$; b) Betrag der maximalen Querkraft: $3F$; Betrag des maximalen Biegemoments: $6aF$)



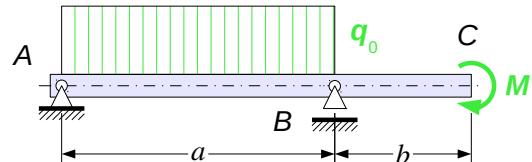
Aufgabe 6

Der abgebildete Balken wird im Bereich zwischen den Lagern A und B durch eine konstante Streckenlast q_0 und am Ende C mit einem Moment M belastet.

- Wie groß sind die Lagerkräfte?
- Ermitteln Sie den Verlauf von Querkraft und Biegemoment.

Zahlenwerte: $M = 20 \text{ Nm}$, $q_0 = 50 \text{ N/m}$, $a = 2 \text{ m}$, $b = 1 \text{ m}$

(Ergebnis: a) Lager A: $40 \text{ N} \uparrow$, Lager B: $60 \text{ N} \uparrow$; b) Querkraft: $Q_z(0 \text{ m}) = 40 \text{ N}$, $Q_z(2 \text{ m}) = -60 \text{ N}$, $Q_z(3 \text{ m}) = 0 \text{ N}$; Biegemoment: $M_y(0 \text{ m}) = 0 \text{ Nm}$, $M_y(2 \text{ m}) = -20 \text{ Nm}$, $M_y(3 \text{ m}) = -20 \text{ Nm}$)



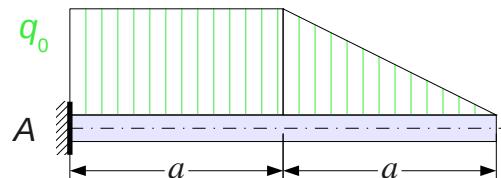
Aufgabe 7

Die Auftriebsverteilung eines Tragflügels wird durch die dargestellte Streckenlast angenähert.

- Wie groß sind die Kräfte und Momente an der Einspannung A?
- Ermitteln Sie den Verlauf der Querkraft und des Biegemoments.

Zahlenwerte: $a = 3 \text{ m}$, $q_0 = -1000 \text{ N/m}$ (der Auftrieb wirkt nach oben)

(Ergebnis: a) Einspannkraft: $4500 \text{ N} \downarrow$, Einspannmoment: $10500 \text{ Nm} \circlearrowleft$; b) Querkraft: $Q_z(0) = -4500 \text{ N}$, $Q_z(a) = -1500 \text{ N}$, $Q_z(2a) = 0 \text{ N}$; Biegemoment: $M_y(0) = 10500 \text{ Nm}$, $M_y(a) = 1500 \text{ Nm}$, $M_y(2a) = 0 \text{ Nm}$)

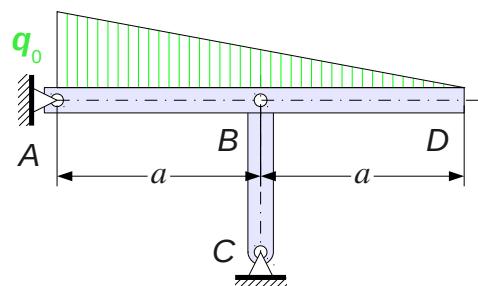


Aufgabe 8

Der Träger AD ist im Punkt A gelenkig gelagert und wird im Punkt B durch den Träger BC gestützt. Der Träger BC ist in den Punkten B und C gelenkig gelagert.

Auf den Träger AD wirkt die Streckenlast

$$q_z(x) = q_0 \left(1 - \frac{x}{2a}\right).$$



- Wie groß sind die in den Gelenken A und B am Träger AD angreifenden

Kräfte?

- b) Ermitteln Sie für den Träger AD den Verlauf der Querkraft und des Biegemoments.

Zahlenwerte: $q_0 = 100 \text{ N/m}$, $a = 6 \text{ m}$

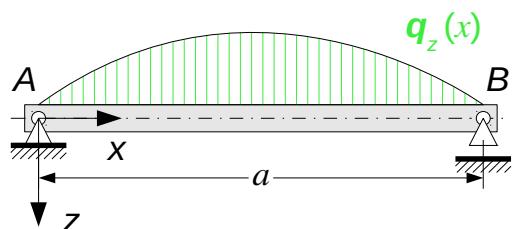
(Ergebnis: a) Gelenk A: $200 \text{ N} \uparrow$, Gelenk B: $400 \text{ N} \uparrow$; b) Querkraft: $Q_z(0) = 200 \text{ N}$, $Q_z(a-0) = -250 \text{ N}$, $Q_z(a+0) = 150 \text{ N}$, $Q_z(2a) = 0 \text{ N}$; Biegemoment: $M_y(0) = 0 \text{ Nm}$, $M_y(a) = -300 \text{ Nm}$, $M_y(2a) = 0 \text{ Nm}$)

Aufgabe 9

Der abgebildete Balken wird durch die Streckenlast

$$q_z(x) = 4q_0 \frac{x}{a} \left(1 - \frac{x}{a}\right)$$

belastet.



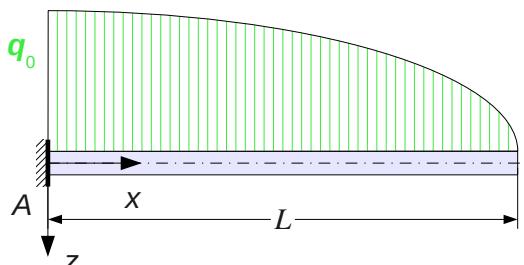
- a) Bestimmen Sie den Verlauf von Querkraft und Biegemoment durch Integration.
 b) Bestimmen Sie die Kräfte in den Lagern A und B.

(Ergebnis: b) $A_z = B_z = q_0 a / 3 \uparrow$)

Aufgabe 10

Aus aerodynamischen Gründen wird bei Tragflügeln eine elliptische Verteilung des Auftriebs angestrebt. Sie wird beschrieben durch

$$q_z(x) = -q_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2}.$$



Ermitteln Sie für diese Auftriebsverteilung den Verlauf von Querkraft und Biegemoment sowie die Lagerreaktionen an der Einspannstelle A.

Hinweis: Die Ermittlung der Schnittlasten gelingt in diesem Fall am einfachsten durch zweifache unbestimmte Integration der Streckenlast.

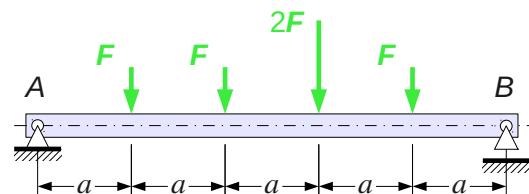
(Ergebnis: $A_z = \pi q_0 L / 4 \downarrow$, $M_A = q_0 L^2 / 3 \circlearrowleft$)

Aufgabe 11

Geben Sie für den abgebildeten Balken die Verläufe von Querkraft und Biegemoment mithilfe des Föppl-Symbols an und überprüfen Sie das Ergebnis graphisch.

Welche Werte haben die betragsmäßig größte Querkraft und das betragsmäßig größte Biegemoment?

(Ergebnis: $|Q_z|_{max} = 2,6F$, $|M_y|_{max} = 4,2aF$)



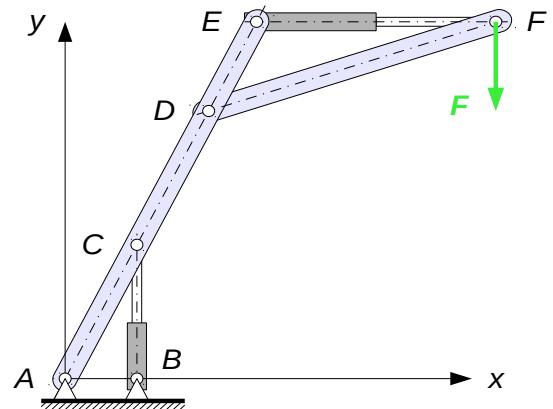
Aufgabe 12

Der abgebildete Bagger besteht aus dem Tragarm AD , dem Ausleger DF und den beiden Hubzylindern BC und EF . Ausleger und Hubzylinder sind gelenkig an den Tragarm angeschlossen. Die Lager in den Punkten A und B sind Festlager. An der Spitze des Auslegers greift die Kraft F an.

- Wie groß sind die Kräfte in den Lagern A und B ?
- Wie groß sind die Kräfte in den Gelenken C , D und E ?
- Ermitteln Sie für den Tragarm AE den Verlauf von Normalkraft, Querkraft und Biegemoment.

Koordinaten:

	x	y
A	0	0
B	750	0
C	750	1500
D	1500	3000
E	2000	4000
F	4500	4000
	mm	mm



Zahlenwert: $F = 5 \text{ kN}$

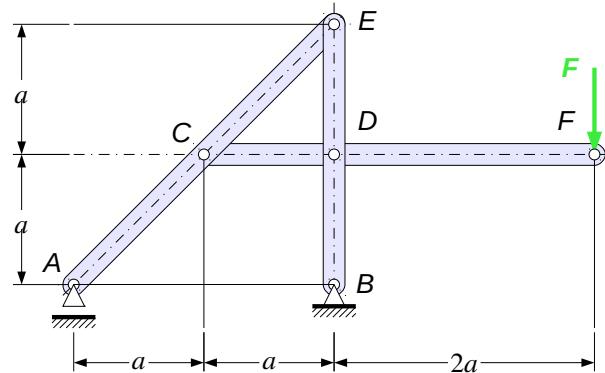
(Ergebnis: a) Lager A : 25 kN \downarrow , Lager B : 30 kN \uparrow ; b) Kräfte auf Tragarm: Gelenk C : 30 kN \uparrow , Gelenk D : 15 kN \leftarrow , 5 kN \downarrow , Gelenk E : 15 kN \rightarrow ; c) $M_{yC} = -18,75 \text{ kNm}$, $M_{yD} = -15,00 \text{ kNm}$)

Aufgabe 13

Das abgebildete Tragwerk besteht aus den Trägern AE , BE und CF , die gelenkig miteinander verbunden sind. Das Tragwerk wird im Punkt A durch ein Loslager und im Punkt B durch ein Festlager abgestützt. Im Punkt F greift die Kraft F an.

- Wie groß sind die Kräfte in den Lagern A und B ?
- Wie groß sind die Kräfte in den Gelenken C , D und E ?
- Bestimmen Sie für den Träger CF den Verlauf der Schnittlasten.

(Ergebnis: a) Lager A : $F \downarrow$, Lager B : $2F \uparrow$; b) Kräfte auf Träger CF : Gelenk C : $2F \downarrow$, Gelenk D : $3F \uparrow$; Kräfte auf Träger BE : Gelenk E : $F \uparrow$; c) Querkraft: Bereich CD : $-2F$, Bereich DF : F ; Biegemoment im Punkt D : $-2aF$)

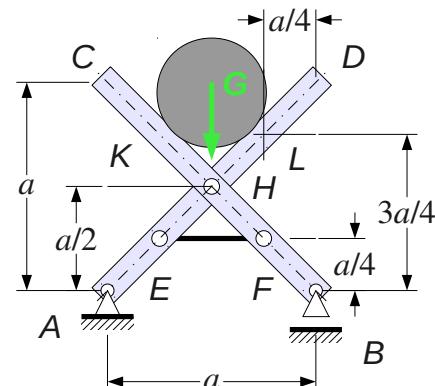


Aufgabe 14

Der abgebildete Holzbock besteht aus den Trägern AD und BC , die im Punkt H gelenkig miteinander verbunden sind. Zusätzlich sind sie in den Punkten E und F mit einem Seil verbunden.

Auf dem Holzbock liegt ein Baumstamm mit Gewicht G , der in den Punkten K und L aufliegt. Der Kontakt zwischen Baumstamm und Holzbock kann als glatt angenommen werden.

- Wie groß sind die Kräfte auf den Holzbock in den Punkten K und L ?
- Wie groß sind die Lagerkräfte in den Punkten A und B ?
- Wie groß sind die Kräfte im Gelenk H sowie die Kraft im Seil EF ?
- Bestimmen Sie für den Balken AD den Verlauf von Normalkraft, Querkraft und Biegemoment.



Zahlenwert: $G = 500 \text{ N}$, $a = 1 \text{ m}$

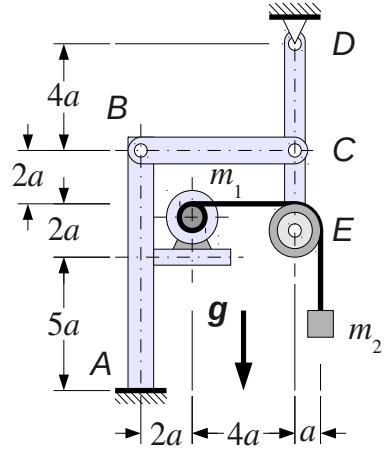
(Ergebnis: a) Kräfte in den Punkten K und L : $353,6 \text{ N}$ senkrecht auf den Trägern; b) Lagerkräfte in den Punkten A und B : $250 \text{ N} \uparrow$; c) Zugkraft im Seil:

1000 N; Kraft im Gelenk H : 1250 N \leftarrow auf Träger AD ; d) größte Normalkraft: -883,9 N; Betrag der größten Querkraft: 530,3 N; Betrag des größten Biegemoments: 125 Nm)

Aufgabe 15

Das abgebildete Hubwerk besteht aus den Trägern AB , BC und DE . Im Punkt E befindet sich eine reibungsfrei gelenkig gelagerte Rolle, über die ein Seil läuft, das die Masse m_2 trägt. Am Träger AB ist ein Sockel angeschweißt, auf dem sich der Hubmotor der Masse m_1 befindet.

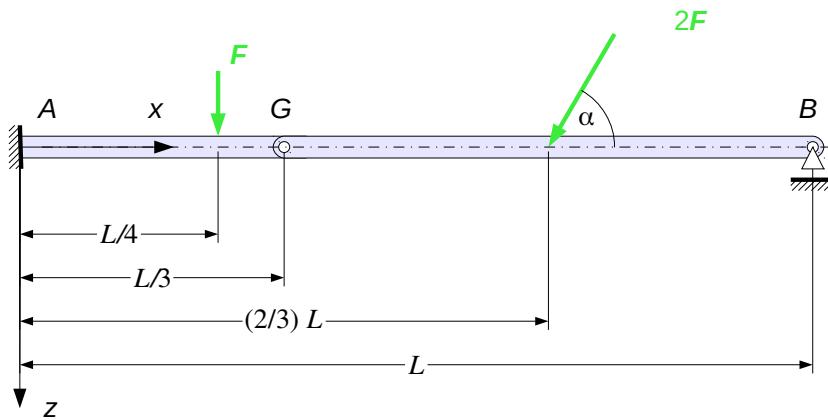
- Zeigen Sie, dass das aus den drei Trägern zusammengebaute System statisch bestimmt ist.
- Bestimmen Sie die Kräfte in den Gelenken B , C und D .
- Bestimmen Sie die Reaktionen im Lager A .
- Ermitteln Sie die am Träger AB angreifenden Lasten.
- Ermitteln Sie für den Träger AB den Verlauf von Normalkraft, Querkraft und Biegemoment.



Zahlenwerte: $a = 0,25 \text{ m}$, $m_1 g = 1 \text{ kN}$, $m_2 g = 8 \text{ kN}$

(Ergebnis: b) Gelenk B : 14 kN \leftarrow auf Träger AB ; Gelenk C : 14 kN \rightarrow auf Träger DE ; Gelenk D : 6 kN \leftarrow , 8 kN \uparrow ; c) Lager A : 6 kN \leftarrow , 1 kN \uparrow , 17 kNm \circlearrowright ; d) Lasten auf Träger AB : Lager A s.o., Gelenk B s.o., Anschluss der Konsole: 8 kN \rightarrow , 1 kN \downarrow , 4,5 kNm \circlearrowright)

Aufgabe 16



Für den abgebildeten Gerberträger sind zu ermitteln:

- die Lagerreaktionen und Gelenkkräfte
- der Verlauf der Schnittlasten

(Ergebnis: a) $A_x = 2F \cos(\alpha) \leftarrow$, $A_z = F(1 + \sin(\alpha)) \uparrow$, $M_A = FL(1/4 + \sin(\alpha)/3)$
 \cup , $B_z = F \sin(\alpha) \uparrow$; Kräfte auf Balken GB: $G_x = 2F \cos(\alpha) \rightarrow$, $G_z = F \sin(\alpha) \uparrow$;
b) $|N|_{max} = 2F \cos(\alpha)$, $|Q_z|_{max} = F(1 + \sin(\alpha))$, $|M_y|_{max} = FL(1/4 + \sin(\alpha)/3)$)

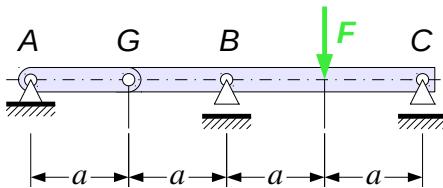
Aufgabe 17

Auf einer als Gerberträger ausgelegten Brücke befindet sich ein Fahrzeug mit Gewicht F .

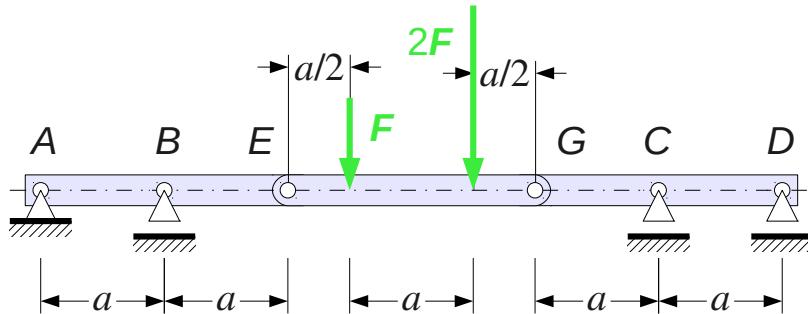
- Ermitteln Sie die Kräfte in den Lagern A, B und C sowie im Gelenk G.
- Ermitteln Sie den Verlauf von Querkraft und Biegemoment.

Zahlenwerte: $a = 10 \text{ m}$, $F = 75 \text{ kN}$

(Ergebnis: a) Lager A: keine Kraft, Lager B: $37,5 \text{ kN} \uparrow$, Lager C: $37,5 \text{ kN} \uparrow$, Gelenk G: keine Kraft; b) Betrag der maximalen Querkraft: $37,5 \text{ kN}$, Betrag des maximalen Biegemoments: 375 kNm)



Aufgabe 18



Die abgebildete Auslegerbrücke besteht aus den Balken AE , EG und GD . Im Punkt A liegt ein Festlager vor, während die Lager in den Punkten B , C und D Loslager sind. Der Balken EG ist in den Punkten E und G gelenkig angegeschlossen.

- Ermitteln Sie die Kräfte in den Lagern und Gelenken.
- Bestimmen Sie den Verlauf von Querkraft und Biegemoment über die gesamte Brücke.

Zahlenwerte: $F = 1 \text{ kN}$, $a = 10 \text{ m}$

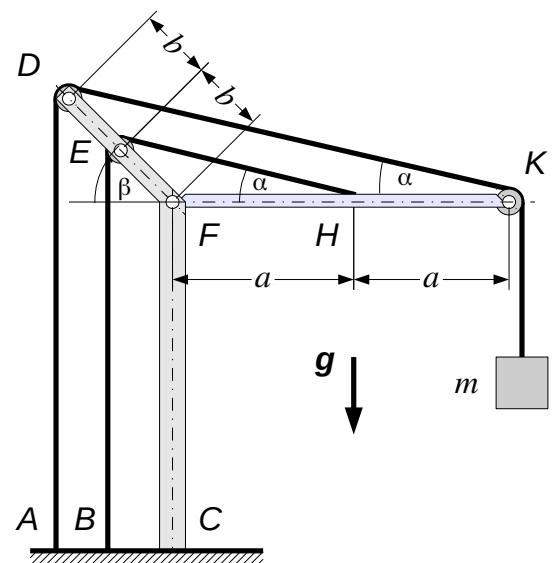
(Ergebnis: a) Lager A : $1250 \text{ N} \downarrow$, Lager B : $2500 \text{ N} \uparrow$, Lager C : $3500 \text{ N} \uparrow$, Lager D : $1750 \text{ N} \downarrow$; Träger EG : Gelenk E : $1250 \text{ N} \uparrow$, Gelenk G : $1750 \text{ N} \uparrow$; b) Betrag der maximalen Querkraft: 1750 N , Betrag des maximalen Biegemoments: 17500 Nm)

Aufgabe 19

Der abgebildete Kran besteht aus dem Turm CFD und dem Ausleger FK . Der Ausleger ist im Punkt F gelenkig am Turm befestigt. In den Punkten D , E und K befinden sich reibungsfrei gelenkig gelagerte Rollen. Der Turm ist im Punkt C fest eingespannt.

Der Ausleger wird im Punkt H durch ein Seil gehalten, das über die Rolle im Punkt E läuft und im Punkt B befestigt ist.

Das Lastseil läuft über die Rollen in den Punkten K und D und ist im Punkt A be-



festigt. Am Lastseil hängt eine Last der Masse m .

- Wie groß sind die in den Punkten F , H und K am Ausleger angreifenden Kräfte?
- Ermitteln Sie die Lagerreaktionen im Punkt C .
- Bestimmen Sie für den Ausleger FK den Verlauf von Normalkraft, Querkraft und Biegemoment.

Zahlenwerte: $m = 500 \text{ kg}$, $a = 3 \text{ m}$, $b = 1 \text{ m}$, $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 45^\circ$

(Ergebnis: a) Punkt F : $50,805 \text{ kN} \rightarrow$, $4,053 \text{ kN} \downarrow$; Punkt H : $46,684 \text{ kN}$ in Seilrichtung; Punkt K : $4,905 \text{ kN} \downarrow$, $4,905 \text{ kN}$ in Seilrichtung; b) Punkt C : $56,494 \text{ kN} \uparrow$, $7,544 \text{ kNm} \circlearrowleft$; c) Betrag der maximalen Normalkraft: 50805 N , Betrag der maximalen Querkraft: 4053 N , Betrag des maximalen Biegemoments: 12160 Nm)

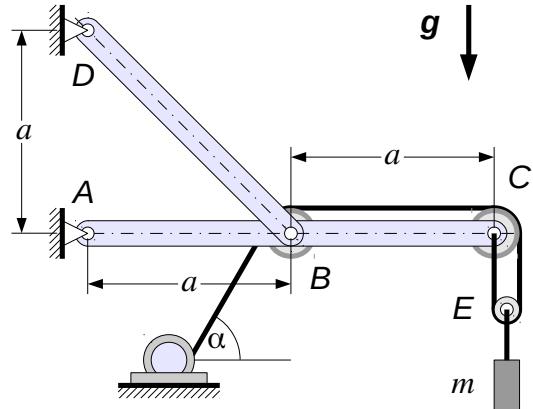
Aufgabe 20

Der abgebildete Kran trägt eine Last der Masse m , die an der reibungsfrei gelenkig gelagerten Rolle E hängt. Die Rolle E wird durch ein Seil gehalten, das im Punkt C am Träger AC befestigt ist und über die reibungsfrei gelenkig gelagerten Rollen B und C umgelenkt wird.

- Bestimmen Sie die Kräfte in den Lagern A und D .
- Bestimmen Sie den Verlauf der Schnittlasten im Träger AC .

Zahlenwerte: $m = 70 \text{ kg}$, $a = 1 \text{ m}$, $\alpha = 60^\circ$

(Ergebnis: a) Lager A : $1842 \text{ N} \rightarrow$, $686,7 \text{ N} \downarrow$; Lager D : $1671 \text{ N} \leftarrow \uparrow$)



Aufgabe 21

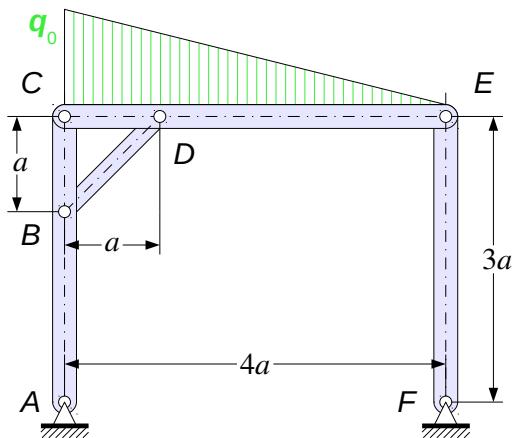
Das abgebildete Tragwerk besteht aus dem horizontalen Balken CE , an den in den Punkten C und E die vertikalen Balken AC und FE gelenkig angeschlossen sind. Die Strebe BD ist in den Punkten B und D gelenkig angeschlossen. Die Lager in den Punkten A und F sind Festlager.

Der Balken CE wird durch eine Streckenlast belastet, die linear vom Wert q_0 im Punkt C auf den Wert null im Punkt E abnimmt.

- Bestimmen Sie die Kräfte in den Lagern A und F.
- Bestimmen Sie die Kräfte in den Gelenken C, D und E.
- Bestimmen Sie den Wert der Querkraft im Balken CE unmittelbar links und unmittelbar rechts von Punkt D sowie den Wert des Biegemoments im Punkt D.

Zahlenwerte: $a = 1,5 \text{ m}$, $q_0 = 600 \text{ N/m}$

(Ergebnis: a) Lager A: $1200 \text{ N} \uparrow$, Lager F: $600 \text{ N} \uparrow$; b) Kräfte auf Balken CE: Lager C: $1200 \text{ N} \uparrow$, Lager D: keine Kraft, Lager E: $600 \text{ N} \uparrow$; Kräfte auf Balken AC: Lager B: keine Kraft; c) Schnittlasten: $Q(a-0) = Q(a+0) = 412,5 \text{ N}$, $M_y(a) = 1181 \text{ Nm}$)



Aufgabe 22

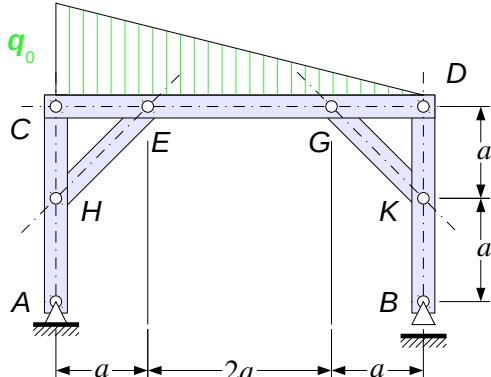
Das dargestellte Tragwerk besteht aus dem horizontalen Balken CD, an den in den Punkten C und D die vertikalen Balken AC und BD gelenkig angeschlossen sind. Die Streben EH und GK sind in den Punkten E und H bzw. G und K gelenkig angeschlossen.

Der Balken CD wird durch eine linear abnehmende Streckenlast belastet.

Bestimmen Sie die Lagerkräfte, die Kräfte in den Gelenken E, G, H und K sowie die Schnittlasten im Balken CD.

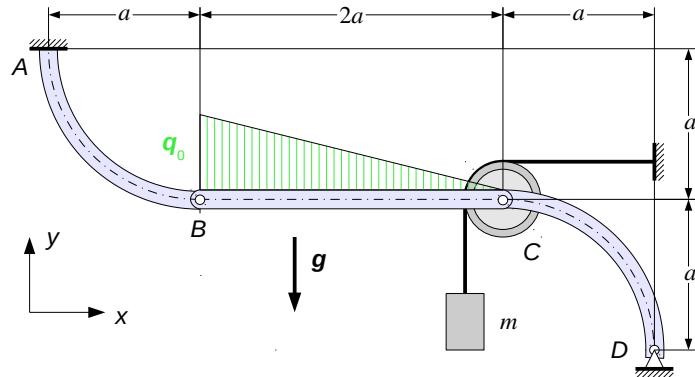
Zahlenwerte: $q_0 = 300 \text{ N/m}$, $a = 1 \text{ m}$

(Ergebnis: Lagerkräfte: Punkt A: $400 \text{ N} \uparrow$; Punkt B: $200 \text{ N} \uparrow$; Gelenk C: $400 \text{ N} \uparrow$ auf den Balken CD; Gelenk D: $200 \text{ N} \uparrow$ auf den Balken CD; Gelenke E, G, H, K kräftefrei; Querkraft: quadratische Parabel, Punkt C: 400 N , Punkt D: -200 N ; Biegemoment: kubische Parabel, maximaler Wert: 308 Nm)



Aufgabe 23

Das abgebildete Tragwerk besteht aus dem im Punkt A fest eingespannten Bogen AB, an den im Punkt B der gerade Balken BC gelenkig angeschlossen ist. An den Balken BC ist im Punkt C der Bogen CD gelenkig angeschlossen, der im Punkt D durch ein Festlager gehalten wird.



Im Punkt C befindet sich eine reibungsfrei gelenkig gelagerte Rolle, über die ein Seil läuft, an dessen einem Ende die Masse m hängt und das am anderen Ende festgehalten wird. Der Balken BC wird zudem durch eine Streckenlast belastet, die vom Wert q_0 im Punkt B linear auf den Wert null im Punkt C abfällt.

- Ermitteln Sie die Kräfte in den Gelenken B und C.
- Ermitteln Sie die Lagerreaktionen in den Punkten A und D.
- Ermitteln Sie den Verlauf der Schnittlasten im Balken BC.

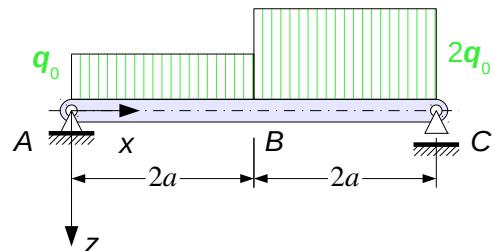
(Ergebnis: a) Balken BC: $B_x = q_0 a / 3 \rightarrow, B_y = 2q_0 a / 3 \uparrow, C_x = C_y = q_0 a / 3 + mg \leftarrow \uparrow;$
 b) $D_x = D_y = q_0 a / 3 + mg \leftarrow \uparrow, M_A = q_0 a^2 \curvearrowright, A_x = q_0 a / 3 \rightarrow, A_y = 2q_0 a / 3 \uparrow;$
 c) $M_{y\max} = 0,2566q_0 a^2$)

Aufgabe 24

Der abgebildete Balken wird im Bereich AB durch die konstante Streckenlast q_0 und im Bereich BC durch die konstante Streckenlast $2q_0$ belastet.

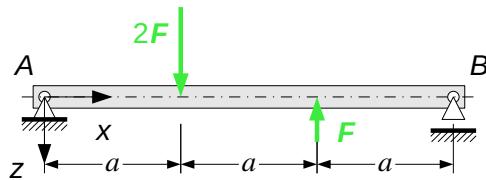
Gesucht sind die Schnittlasten.

(Ergebnis: $Q_z(2a) = q_0 a / 2, M_y(2a) = 3q_0 a^2$)

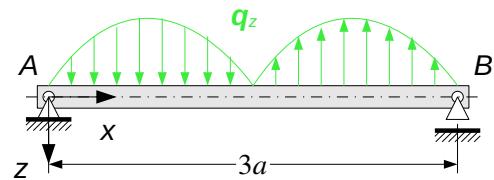


Aufgabe 25

Lastfall 1:



Lastfall 2:



Der abgebildete Balken wird im Lastfall 1 durch zwei Einzelkräfte und im Lastfall 2 durch die Streckenlast

$$q_z(x) = q_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{3a}\right)$$

belastet.

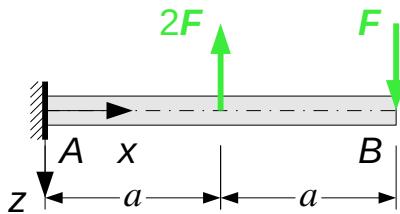
- Ermitteln Sie die Lagerreaktionen für Lastfall 1.
- Ermitteln Sie graphisch den Verlauf von Querkraft und Biegemoment für Lastfall 1.
- Ermitteln Sie den Verlauf von Querkraft und Biegemoment für Lastfall 2 durch Integration.
- Ermitteln Sie die Lagerreaktionen für Lastfall 2.

(HM, Prüfung WS 2015)

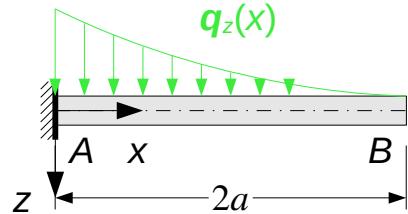
(Ergebnisse: a) $A_z = F \uparrow, B_z = 0$; d) $A_z = 3q_0a/(2\pi) \uparrow, B_z = 3q_0a/(2\pi) \downarrow$)

Aufgabe 26

Lastfall 1:



Lastfall 2:



Der Kragbalken AB wird im Lastfall 1 durch zwei Einzelkräfte und im Lastfall 2 durch die Streckenlast

$$q_z(x) = \frac{1}{4} q_0 \left(\frac{x}{a} - 2 \right)^2$$

belastet.

- Ermitteln Sie graphisch den Verlauf von Querkraft und Biegemoment für Lastfall 1.
- Ermitteln Sie die Lagerreaktionen im Punkt A für Lastfall 1.
- Ermitteln Sie den Verlauf von Querkraft und Biegemoment für Lastfall 2 durch Integration.
- Ermitteln Sie die Lagerreaktionen im Punkt A für Lastfall 2.

(HM, Prüfung SS 2016)

(Ergebnisse: b) $A_{1z} = F \downarrow, M_{1A} = 0$; d) $A_{2z} = 2q_0a/3 \uparrow, M_{2A} = q_0a^2/3 \cup$)

Aufgabe 27

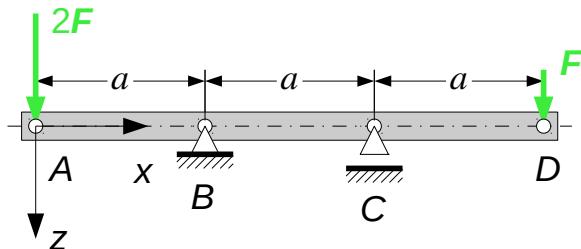
Der abgebildete Balken wird im Punkt B durch ein Festlager und im Punkt C durch ein Loslager gehalten. In den Punkten A und D greifen die Kräfte $2F$ bzw. F an.

- Bestimmen Sie die Lagerkräfte.
- Ermitteln Sie graphisch den Verlauf von Querkraft und Biegemoment.

Gegeben: a, F

(HM, Prüfung WS 2016)

(Ergebnisse: a) $B_x = 0, B_z = 3F \uparrow, C_z = 0$)



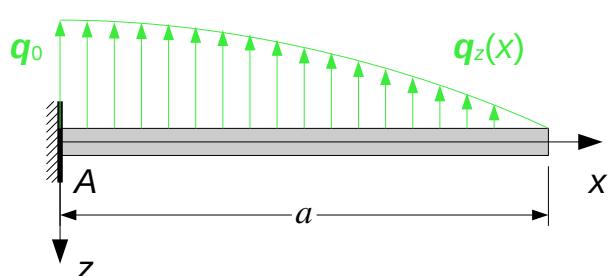
Aufgabe 28

Der abgebildete Tragflügel ist an der Flügelwurzel A fest eingespannt. Er wird durch die Auftriebsverteilung

$$q_z(x) = -q_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{x}{a}\right)$$

belastet.

- Ermitteln Sie den Verlauf von



Querkraft und Biegemoment durch Integration.

- b) Bestimmen Sie die Lagerreaktionen an der Flügelwurzel.

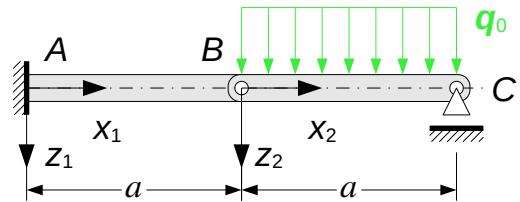
Gegeben: a, q_0

(HM, Prüfung WS 2016)

(Ergebnisse: b) $A_x = 0, A_z = 2q_0a/\pi \downarrow, M_A = 2q_0a^2(1-2/\pi)/\pi \cup$)

Aufgabe 29

An den Kragbalken AB ist im Punkt B der Balken BC gelenkig angeschlossen, der im Punkt C durch ein Loslager gehalten wird. Der Balken BC wird durch die konstante Streckenlast q_0 belastet.



- Ermitteln Sie den Verlauf von Querkraft und Biegemoment im Balken BC durch Integration.
- Ermitteln Sie die Kräfte in den Gelenken B und C .
- Ermitteln Sie graphisch den Verlauf von Querkraft und Biegemoment im Balken AB .
- Ermitteln Sie die Lagerreaktionen an der Einspannung A .

Gegeben: a, q_0

(HM, Prüfung WS 2017)

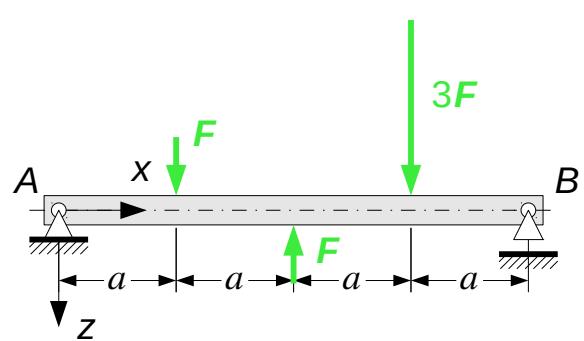
(Ergebnis: a) $Q_z(x_2) = \frac{1}{2}q_0a\left(1 - 2\frac{x_2}{a}\right), M_z(x_2) = \frac{1}{2}q_0a^2\left(\frac{x_2}{a} - \frac{x_2^2}{a^2}\right);$

b) $B_z = C_z = q_0a/2 \uparrow; d) A_z = q_0a/2 \uparrow, M_A = q_0a^2/2 \cup$)

Aufgabe 30

Der abgebildete Balken wird in A durch ein Festlager und in B durch ein Loslager gehalten.

- Bestimmen Sie die Lagerkräfte.
- Ermitteln Sie graphisch den Verlauf von Querkraft und Biegemoment ($1 \text{ kN} \doteq 1 \text{ cm}, 1 \text{ kNm} \doteq 1 \text{ cm}$).



Gegeben: $a = 1 \text{ m}$, $F = 1 \text{ kN}$

(HM, Prüfung SS 2018)

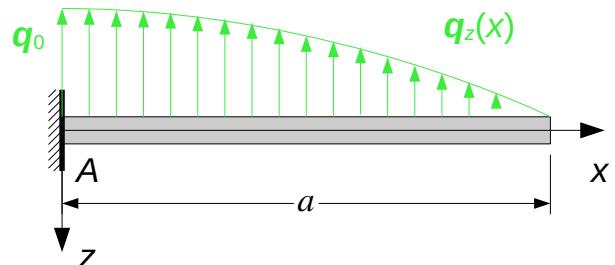
(Ergebnis: a) $A_z = 1 \text{ kN} \uparrow$, $B_z = 2 \text{ kN} \uparrow$)

Aufgabe 31

Der abgebildete Tragflügel ist im Punkt A fest eingespannt. Er wird durch die Streckenlast

$$q_z(x) = -q_0 \left(1 - \frac{x^3}{a^3}\right)$$

belastet.



- a) Ermitteln Sie den Verlauf von Querkraft und Biegemoment durch Integration.
- b) Bestimmen Sie die Lagerreaktionen im Punkt A.

Gegeben: a , q_0

(HM, Prüfung SS 2018)

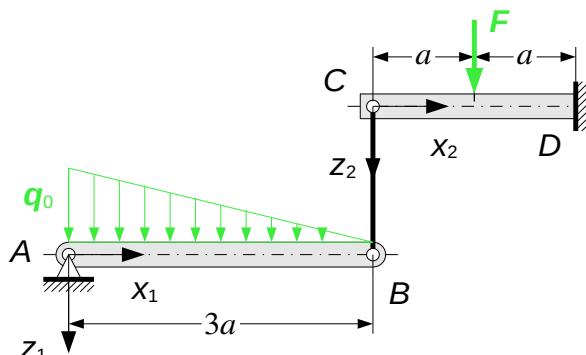
$$\text{(Ergebnis: a)} Q_z(x) = -\frac{1}{4} q_0 a \left(3 - 4 \frac{x}{a} + \frac{x^4}{a^4}\right),$$

$$M_z(x) = \frac{1}{20} q_0 a^2 \left(6 - 15 \frac{x}{a} + 10 \frac{x^2}{a^2} - \frac{x^5}{a^5}\right); \text{ b)} A_z = 3q_0 a / 4 \downarrow, M_A = 3q_0 a^2 / 10 \cup)$$

Aufgabe 32

Das abgebildete System besteht aus den Balken AB und CD, die in den Punkten B und C durch ein Seil verbunden sind. Der Balken AB wird im Punkt A durch ein Festlager und der Balken CD im Punkt D durch eine feste Einspannung gehalten.

Der Balken AB wird durch eine linear abnehmende Streckenlast belastet. Am Balken CD greift in der Mitte die Kraft F an.



- a) Ermitteln Sie Querkraft und Biegemoment im Balken AB durch Integration.

- b) Ermitteln Sie die Kräfte in den Punkten A und B.
- c) Ermitteln Sie graphisch Querkraft und Biegemoment im Balken CD.
- d) Ermitteln Sie die Lagerreaktionen in der festen Einspannung D.

Gegeben: $a, F, q_0 = 2F/a$

(HM, Prüfung WS 2018)

$$\text{(Ergebnis: a) } Q_z(x_1) = \frac{1}{6}q_0a\left(6 - 6\frac{x_1}{a} + \frac{x_1^2}{a^2}\right) = \frac{1}{3}F\left(6 - 6\frac{x_1}{a} + \frac{x_1^2}{a^2}\right),$$

$$M_z(x_1) = \frac{1}{18}q_0a^2\left(18\frac{x_1}{a} - 9\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_1^3}{a^3}\right) = \frac{1}{9}Fa\left(18\frac{x_1}{a} - 9\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_1^3}{a^3}\right); \text{ b) } A_z = 2F \uparrow,$$

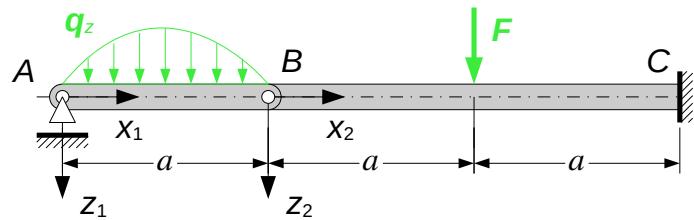
$$B_z = F \uparrow; \text{ d) } D_z = 2F \uparrow, M_D = 3aF \cup)$$

Aufgabe 33

Der Balken AB wird im Punkt A durch ein Loslager gehalten. Im Punkt B ist er gelenkig an den Balken BC angeschlossen, der im Punkt C fest eingespannt ist.

Der Balken AB wird durch die Streckenlast

$$q_z(x_1) = 4q_0\frac{x_1}{a}\left(1 - \frac{x_1}{a}\right)$$



belastet. Am Balken BC greift in der Mitte die Kraft F an.

- a) Ermitteln Sie für den Balken AB den Verlauf von Querkraft und Biegemoment durch Integration.
- b) Ermitteln Sie die Kräfte in den Gelenken A und B.
- c) Bestimmen Sie für den Balken BC den Verlauf von Querkraft und Biegemoment graphisch ($q_0a \triangleq 3 \text{ cm}, q_0a^2 \triangleq 3 \text{ cm}$).
- d) Ermitteln Sie die Lagerreaktionen in der Einspannung C.

Gegeben: $a, q_0, F = \frac{1}{3}q_0a$

(HM, Prüfung WS 2019)

$$\text{(Ergebnis: a) } Q_z(x_1) = \frac{1}{3}q_0a\left(4\frac{x_1^3}{a^3} - 6\frac{x_1^2}{a^2} + 1\right), \quad M_y(x_1) = \frac{1}{3}q_0a^2\left(\frac{x_1^4}{a^4} - 2\frac{x_1^3}{a^3} + \frac{x_1}{a}\right);$$

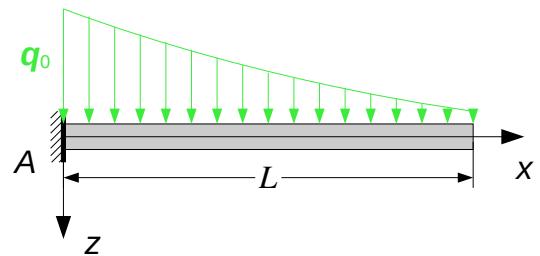
$$\text{b) } A_z = q_0a/3 \uparrow, B_z = q_0a/3 \uparrow; \text{ d) } C_z = 2q_0a/3 \uparrow, M_C = q_0a^2 \cup)$$

Aufgabe 34

Der abgebildete Kragbalken ist im Punkt A fest eingespannt. Er wird durch die Streckenlast

$$q_z(x) = \frac{q_0}{(1+x/L)^2}$$

belastet.



- a) Ermitteln Sie den Verlauf von Querkraft und Biegemoment durch Integration.

- b) Ermitteln Sie die Lagerreaktionen im Punkt A.

Gegeben: L, q_0

(HM, Prüfung WS 2020)

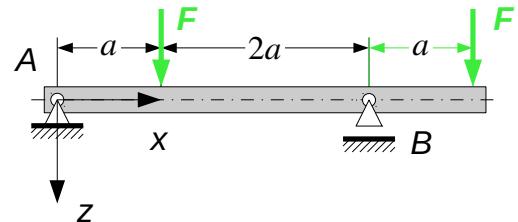
(Ergebnis: a) $Q_z(x) = q_0 L \left(\frac{1}{1+x/L} - \frac{1}{2} \right)$, $M_z(x) = q_0 L^2 \left(\ln \left(1 + \frac{x}{L} \right) - \frac{1}{2} \frac{x}{L} - 0,1931 \right)$;

b) $A_z = q_0 L / 2 \uparrow$, $M_A = 0,1931 q_0 L^2 \cup$

Aufgabe 35

Der abgebildete Balken ist in den Punkten A und B gelenkig gelagert.

- a) Ermitteln Sie die Kräfte in den Gelenken A und B.
 b) Ermitteln Sie graphisch den Verlauf von Querkraft und Biegemoment ($F \triangleq 1,5 \text{ cm}$, $aF \triangleq 1,5 \text{ cm}$).



Gegeben: a, F

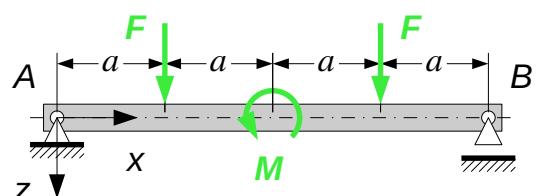
(HM, Prüfung WS 2020)

(Ergebnis: a) $A_z = F/3 \uparrow$, $B_z = 5F/3 \uparrow$)

Aufgabe 36

Der abgebildete Balken ist in den Punkten A und B gelenkig gelagert.

- a) Ermitteln Sie die Kräfte in den Gelenken A und B.



- b) Ermitteln Sie graphisch den Verlauf von Querkraft und Biegemoment ($F \triangleq 1 \text{ cm}$, $aF \triangleq 1 \text{ cm}$).

Gegeben: $a, F, M = 4aF$

(HM, Prüfung SS 2021)

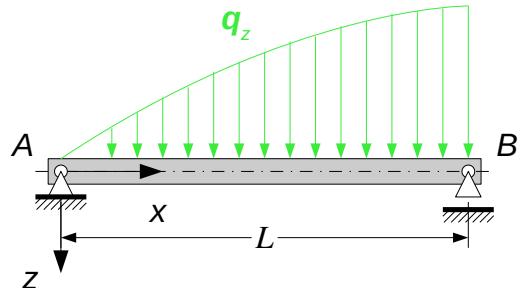
(Ergebnis: a) $A_z = 2F \uparrow, B_z = 0$)

Aufgabe 37

Der abgebildete Balken ist in den Punkten A und B gelenkig gelagert. Er wird durch die Streckenlast

$$q_z(x) = q_0 \left(2 \frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right)$$

belastet.



- a) Ermitteln Sie den Verlauf von Querkraft und Biegemoment durch Integration.

- b) Ermitteln Sie die Kräfte in den Lagern A und B.

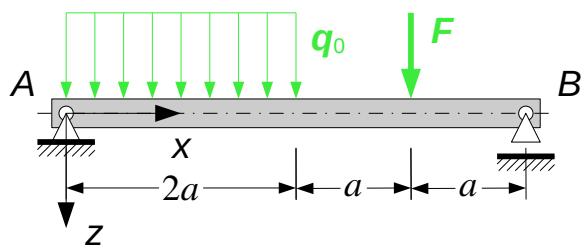
Gegeben: q_0, L

(HM, Prüfung SS 2021)

$$\begin{aligned} \text{(Ergebnis: a)} \quad Q_z(x) &= \frac{1}{12} q_0 L \left[4 \left(\frac{x}{L} \right)^3 - 12 \left(\frac{x}{L} \right)^2 + 3 \right], \\ M_y(x) &= \frac{1}{12} q_0 L^2 \left[\left(\frac{x}{L} \right)^4 - 4 \left(\frac{x}{L} \right)^3 + 3 \frac{x}{L} \right]; \text{ b) } A_z = q_0 L / 4, B_z = 5q_0 L / 12 \end{aligned}$$

Aufgabe 38

Der abgebildete Balken ist in den Punkten A und B gelenkig gelagert. Im Abschnitt $0 < x < 2a$ wird er durch die konstante Streckenlast q_0 belastet. Bei $x = 3a$ greift zusätzlich die Einzelkraft F an.



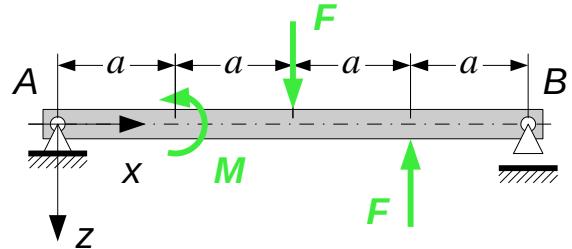
- a) Bestimmen Sie die Kräfte in den Lagern A und B.
- b) Bestimmen Sie Querkraft und Biegemoment an der Stelle $x = a$.

Gegeben: $a, F, q_0 = F/a$

(HM, Prüfung WS 2021)

(Ergebnis: a) $A_z = 1,75F$, $B_z = 1,25F$; b) $Q_z(a) = 0,75F$, $M_z(a) = 1,25aF$)**Aufgabe 39**

Der abgebildete Balken ist in den Punkten A und B gelenkig gelagert. Er wird durch ein Moment und Einzelkräfte wie dargestellt belastet.



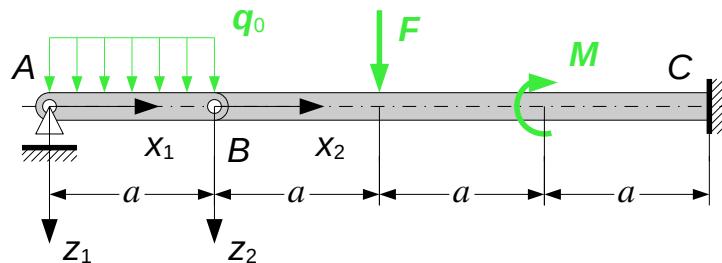
- Bestimmen Sie die Kräfte in den Lagern A und B
- Ermitteln Sie graphisch den Verlauf von Querkraft und Biegemoment ($1 \text{ cm} \triangleq F$, $1 \text{ cm} \triangleq aF$, $2 \text{ cm} \triangleq a$).

Gegeben: $a, F, M = 3aF$

(HM, Prüfung SS 2022)

(Ergebnis: a) $A_z = F \uparrow$, $B_z = F \downarrow$)**Aufgabe 40**

Die Balken AB und BC sind im Punkt B gelenkig miteinander verbunden. Im Punkt A befindet sich ein Loslager und im Punkt C eine feste Einspannung.



Der Balken AB wird durch die konstante Streckenlast q_0 belastet. Am Balken BC greift die Kraft F und das Moment M an.

- Bestimmen Sie für den Balken AB den Verlauf von Querkraft und Biegemoment durch Integration.
- Bestimmen Sie die Kräfte in den Gelenken A und B.
- Bestimmen Sie für den Balken BC den Verlauf von Querkraft und Biegemoment graphisch ($1 \text{ cm} \triangleq 0,5 q_0 a$, $1 \text{ cm} \triangleq 0,5 q_0 a^2$, $3 \text{ cm} \triangleq a$).
- Bestimmen Sie die Lagerreaktionen in der Einspannung C.

Gegeben: $a, q_0, F = q_0 a, M = 2q_0 a^2$

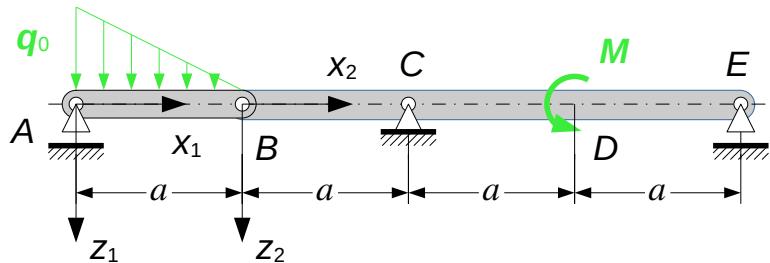
(HM, Prüfung WS 2022)

(Ergebnis: a) $Q_z(x_1) = \frac{1}{2} q_0 a \left(1 - 2 \frac{x_1}{a} \right)$, $M_y(x_1) = \frac{1}{2} q_0 a^2 \left(\frac{x_1}{a} - \frac{x_1^2}{a^2} \right)$;

b) $A_z = B_z = 0,5 q_0 a \uparrow$; d) $C_z = 1,5 q_0 a \uparrow, M_C = 1,5 q_0 a^2 \circlearrowleft$

Aufgabe 41

Die Balken AB und BE sind im Punkt B gelenkig miteinander verbunden. In den Punkten A und E befinden sich Loslager und im Punkt C ein Festlager.



Der Balken AB wird durch die linear abnehmende Streckenlast q_0 belastet. Am Balken BE greift im Punkt D das Moment M an.

- Bestimmen Sie für den Balken AB den Verlauf von Querkraft und Biegemoment durch Integration.
- Bestimmen Sie die Kräfte in den Gelenken A , B , C und E .
- Bestimmen Sie für den Balken BE den Verlauf von Querkraft und Biegemoment graphisch ($6 \text{ cm} \triangleq q_0 a$, $6 \text{ cm} \triangleq q_0 a^2$, $3 \text{ cm} \triangleq a$).

Gegeben: $a, q_0, M = \frac{1}{2} q_0 a^2$

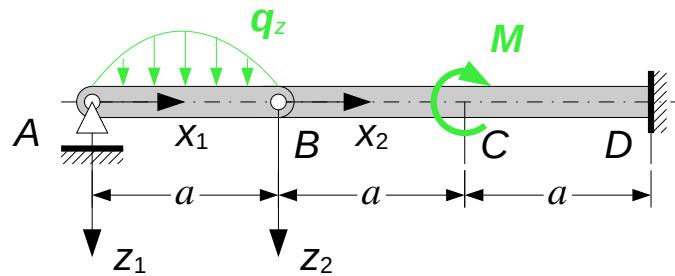
(HM, Prüfung SS 2023)

(Ergebnis: a) $Q_z(x_1) = \frac{1}{6} q_0 a \left(3 \frac{x_1^2}{a^2} - 6 \frac{x_1}{a} + 2 \right)$, $M_y(x_1) = \frac{1}{6} q_0 a^2 \left(\frac{x_1^3}{a^3} - 3 \frac{x_1^2}{a^2} + 2 \frac{x_1}{a} \right)$;

b) Balken AB : $A_z = 1/3 q_0 a \uparrow, B_z = 1/6 q_0 a \uparrow$; Balken BE : $C_z = 1/2 q_0 a \uparrow, E_z = 1/3 q_0 a \downarrow$

Aufgabe 42

Die Balken AB und BD sind im Punkt B gelenkig miteinander verbunden. Der Balken AB wird im Punkt A durch ein Loslager gehalten und durch die Streckenlast



$$q_z(x_1) = \pi q_0 \sin\left(\pi \frac{x_1}{a}\right)$$

belastet. Der Balken BD ist im Punkt D fest eingespannt. Im Punkt C greift das Moment M an.

- Bestimmen Sie Querkraft und Biegemoment im Balken AB durch Integration.
- Bestimmen Sie die Kräfte in den Gelenken A und B .
- Bestimmen Sie Querkraft und Biegemoment im Balken BD graphisch ($1 \text{ cm} \triangleq 1 q_0 a$, $1 \text{ cm} \triangleq 1 q_0 a^2$).
- Bestimmen Sie die Lagerreaktionen in D .

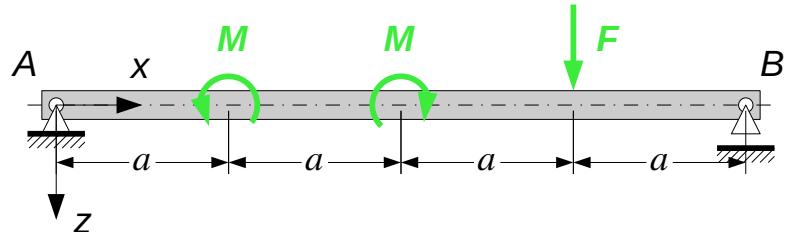
Gegeben: $a, q_0, M = q_0 a^2$

(HM, Prüfung WS 2023)

(Ergebnis: a) $Q_z(x_1) = q_0 a \cos\left(\pi \frac{x}{a}\right)$, $M_y(x_1) = \frac{1}{\pi} q_0 a^2 \sin\left(\pi \frac{x}{a}\right)$; b) $A_z = q_0 a \uparrow$, $B_z = q_0 a \uparrow$; d) $D_z = q_0 a \uparrow, M_D = q_0 a^2 \cup$)

Aufgabe 43

Der abgebildete Balken wird im Punkt A durch ein Festlager und im Punkt B durch ein Loslager gehalten. Er wird durch die Kraft F und die beiden Momente M belastet.



- Bestimmen Sie die Kräfte in den Lagern A und B .
- Ermitteln Sie graphisch den Verlauf von Querkraft ($1 \text{ cm} \triangleq 0,25 F$) und Biegemoment ($1 \text{ cm} \triangleq 0,25 aF$).

Gegeben: $a, F, M = aF$

(HM, Prüfung SS 2024)

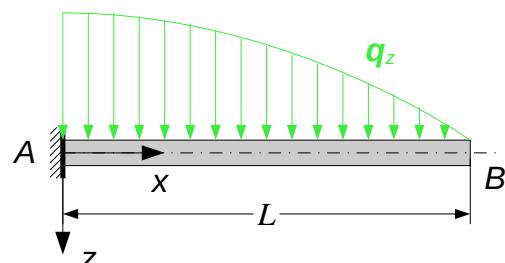
(Ergebnis: a) $A_z = 0,25 F \uparrow, B_z = 0,75 F \uparrow$)

Aufgabe 44

Der Balken AB ist im Punkt A fest eingespannt. Er wird durch die Streckenlast

$$q_z(x) = q_0 \left(1 + \frac{x}{L}\right) \left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

belastet.



- Bestimmen Sie Querkraft und Biegemoment durch Integration.

b) Bestimmen Sie die Lagerreaktionen im Punkt A.

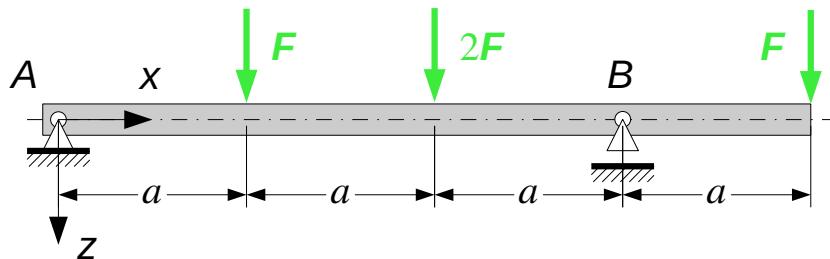
Gegeben: L, q_0

(HM, Prüfung SS 2024)

$$\text{(Ergebnis: a)} \quad Q_z(x) = \frac{1}{3} q_0 L \left(\frac{x^3}{L^3} - 3 \frac{x}{L} + 2 \right), \quad M_y(x) = \frac{1}{12} q_0 L^2 \left(\frac{x^4}{L^4} - 6 \frac{x^2}{L^2} + 8 \frac{x}{L} - 3 \right);$$

$$\text{b)} \quad A_z = (2/3) q_0 a \uparrow, \quad M_A = (1/4) q_0 a^2 \circlearrowleft$$

Aufgabe 45



Der abgebildete Balken wird im Punkt A durch ein Festlager und im Punkt B durch ein Loslager gehalten. Er wird wie dargestellt durch Einzelkräfte belastet.

a) Bestimmen Sie die Kräfte in den Lagern A und B.

b) Ermitteln Sie graphisch den Verlauf von Querkraft ($1 \text{ cm} \triangleq F$) und Biegemoment ($1 \text{ cm} \triangleq aF$).

Gegeben: a, F

(HM, Prüfung WS 2024)

(Ergebnis: a) $A_z = F \uparrow, B_z = 3F \uparrow$)

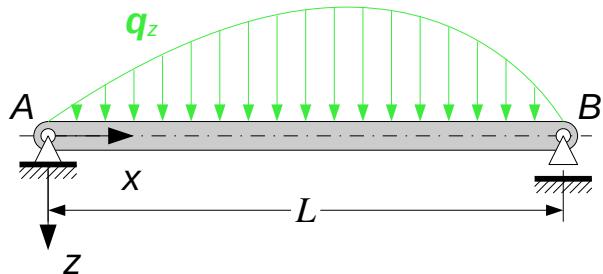
Aufgabe 46

Der abgebildete Balken wird im Punkt A durch ein Festlager und im Punkt B durch ein Loslager gehalten. Er wird durch die Streckenlast

$$q_z(x) = q_0 \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right)$$

belastet.

a) Bestimmen Sie Querkraft und Biegemoment durch Integration.



b) Bestimmen Sie die Kräfte in den Lagern A und B.

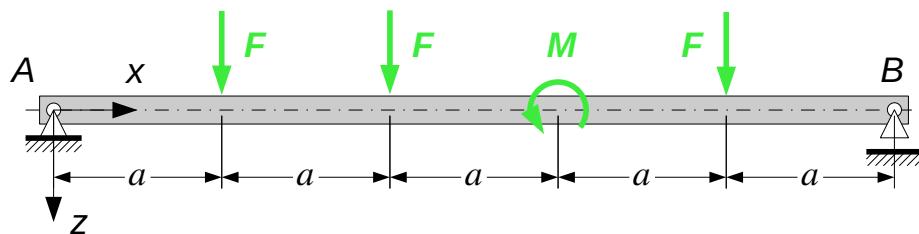
Gegeben: L, q_0

(HM, Prüfung WS 2024)

$$\text{(Ergebnis: a)} \quad Q_z(x) = \frac{q_0 L}{60} \left(15 \frac{x^4}{L^4} - 30 \frac{x^2}{L^2} + 7 \right), \quad M_y(x) = \frac{q_0 L^2}{60} \left(3 \frac{x^5}{L^5} - 10 \frac{x^3}{L^3} + 7 \frac{x}{L} \right);$$

$$\text{b)} \quad A_z = (7/60) q_0 L \uparrow, \quad B_z = (2/15) q_0 L \uparrow$$

Aufgabe 47



Der abgebildete Balken wird im Punkt A durch ein Festlager und im Punkt B durch ein Loslager gehalten. Er wird wie dargestellt durch drei Einzelkräfte und ein Moment belastet.

a) Bestimmen Sie die Kräfte in den Lagern A und B.

b) Ermitteln Sie graphisch den Verlauf von Querkraft (1 cm $\hat{=} F$) und Biegemoment (1 cm $\hat{=} aF$).

Gegeben: $a, F, M = 2aF$

(HM, Prüfung SS 2025)

$$\text{(Ergebnis: a)} \quad A_z = 2F \uparrow, \quad B_z = F \uparrow$$

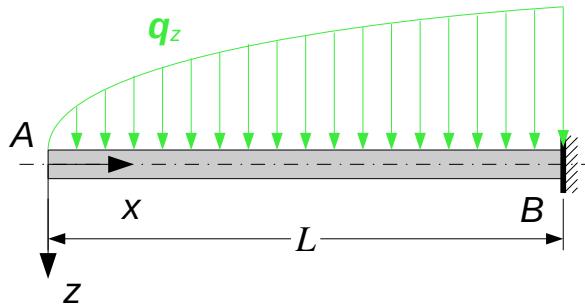
Aufgabe 48

Der abgebildete Balken ist im Punkt B fest eingespannt. Er wird durch die Streckenlast

$$q_z(x) = q_0 \sqrt{\frac{x}{L}}$$

belastet.

a) Bestimmen Sie Querkraft und Biegemoment durch Integration.



b) Bestimmen Sie die Lagerreaktionen an der Einspannung B .

Gegeben: L, q_0

(HM, Prüfung SS 2025)

(Ergebnis: a) $Q_z(x) = -\frac{2}{3}q_0L\left(\frac{x}{L}\right)^{\frac{3}{2}}$, $M_y(x) = -\frac{4}{15}q_0L^2\left(\frac{x}{L}\right)^{\frac{5}{2}}$; b) $B_z = (2/3)q_0L \uparrow$,
 $M_B = (4/15)q_0L^2 \curvearrowleft$)