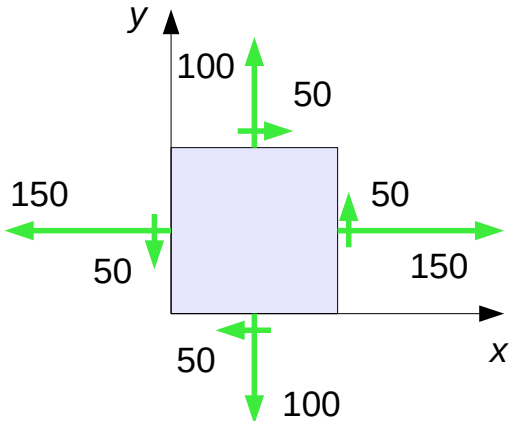
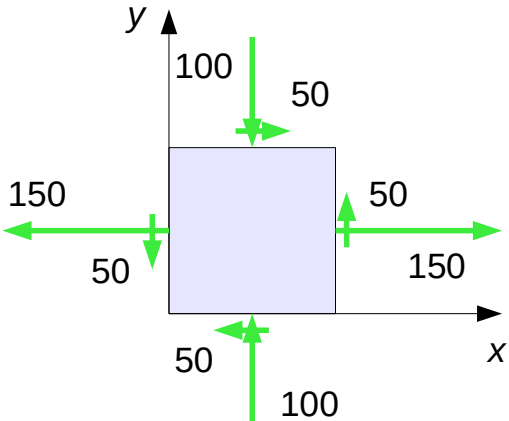
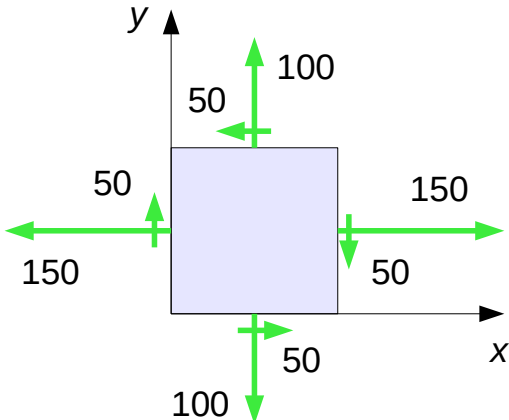
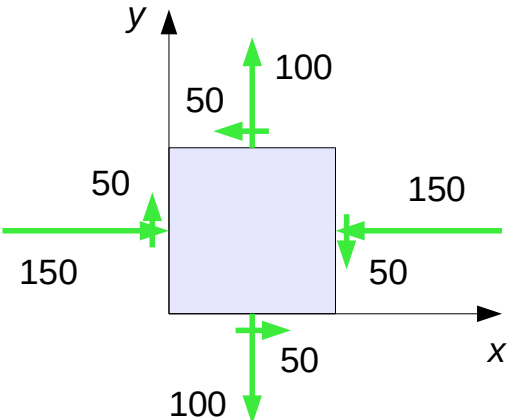


2.3 Ebener Spannungszustand

Lösungen

Aufgabe 1

a) $\sigma_x = 150 \text{ MPa}$, $\sigma_y = 100 \text{ MPa}$, $\tau_{xy} = 50 \text{ MPa}$:	b) $\sigma_x = 150 \text{ MPa}$, $\sigma_y = -100 \text{ MPa}$, $\tau_{xy} = 50 \text{ MPa}$:
 Diagram for case a) shows a square element with normal stresses $\sigma_x = 150 \text{ MPa}$ (tension) and $\sigma_y = 100 \text{ MPa}$ (tension). Shear stress $\tau_{xy} = 50 \text{ MPa}$ acts on all faces, pointing in the positive x and y directions on the top and right faces, and negative x and y directions on the bottom and left faces.	 Diagram for case b) shows a square element with normal stresses $\sigma_x = 150 \text{ MPa}$ (tension) and $\sigma_y = -100 \text{ MPa}$ (compression). Shear stress $\tau_{xy} = 50 \text{ MPa}$ acts on all faces, pointing in the positive x and y directions on the top and right faces, and negative x and y directions on the bottom and left faces.
c) $\sigma_x = 150 \text{ MPa}$, $\sigma_y = 100 \text{ MPa}$, $\tau_{xy} = -50 \text{ MPa}$:	d) $\sigma_x = -150 \text{ MPa}$, $\sigma_y = 100 \text{ MPa}$, $\tau_{xy} = -50 \text{ MPa}$:
 Diagram for case c) shows a square element with normal stresses $\sigma_x = 150 \text{ MPa}$ (tension) and $\sigma_y = 100 \text{ MPa}$ (tension). Shear stress $\tau_{xy} = -50 \text{ MPa}$ acts on all faces, pointing in the negative x and y directions on the top and right faces, and positive x and y directions on the bottom and left faces.	 Diagram for case d) shows a square element with normal stresses $\sigma_x = -150 \text{ MPa}$ (compression) and $\sigma_y = 100 \text{ MPa}$ (tension). Shear stress $\tau_{xy} = -50 \text{ MPa}$ acts on all faces, pointing in the negative x and y directions on the top and right faces, and positive x and y directions on the bottom and left faces.

Aufgabe 2

Für die Komponenten des Spannungsvektors gilt:

$$t_x = \sigma_x \cos(\phi) + \tau_{xy} \sin(\phi), \quad t_y = \tau_{xy} \cos(\phi) + \sigma_y \sin(\phi)$$

$\phi = 45^\circ$:

$$t_x = 50 \text{ MPa} \cos(45^\circ) + 50 \text{ MPa} \sin(45^\circ) = 70,71 \text{ MPa}$$

$$t_y = 50 \text{ MPa} \cos(45^\circ) + 100 \text{ MPa} \sin(45^\circ) = 106,1 \text{ MPa}$$

$\phi = 60^\circ$:

$$t_x = 50 \text{ MPa} \cos(60^\circ) + 50 \text{ MPa} \sin(60^\circ) = 68,30 \text{ MPa}$$

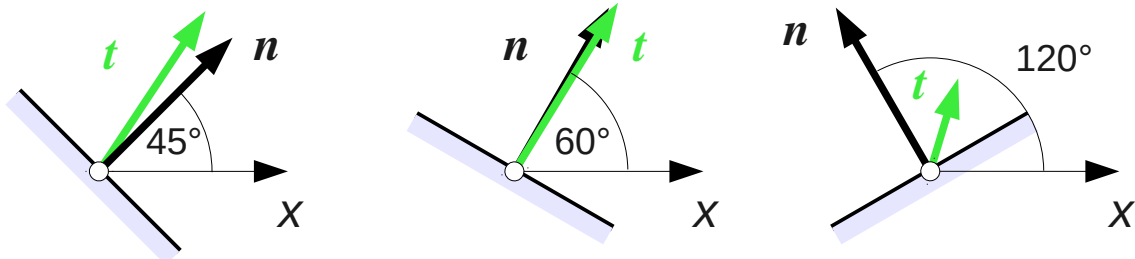
$$t_y = 50 \text{ MPa} \cos(60^\circ) + 100 \text{ MPa} \sin(60^\circ) = 111,6 \text{ MPa}$$

$\phi = 120^\circ$:

$$t_x = 50 \text{ MPa} \cos(120^\circ) + 50 \text{ MPa} \sin(120^\circ) = 18,30 \text{ MPa}$$

$$t_y = 50 \text{ MPa} \cos(120^\circ) + 100 \text{ MPa} \sin(120^\circ) = 61,60 \text{ MPa}$$

Graphische Darstellung



Aufgabe 3

Für die Spannungskomponenten senkrecht und parallel zur Schnittebene gilt:

$$\sigma_n = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos(2\phi) + \tau_{xy} \sin(2\phi)$$

$$\tau_m = -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin(2\phi) + \tau_{xy} \cos(2\phi)$$

Mit

$$\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2}(150 + 200) \text{ MPa} = 175 \text{ MPa}$$

und

$$\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) = \frac{1}{2}(150 - 200) \text{ MPa} = -25 \text{ MPa}$$

folgt:

$\phi = 45^\circ$:

$$\sigma_n = 175 \text{ MPa} - 25 \text{ MPa} \cdot \cos(90^\circ) - 50 \text{ MPa} \cdot \sin(90^\circ) = 125 \text{ MPa}$$

$$\tau_m = 25 \text{ MPa} \cdot \sin(90^\circ) - 50 \text{ MPa} \cdot \cos(90^\circ) = 25 \text{ MPa}$$

$\phi = 60^\circ$:

$$\sigma_n = 175 \text{ MPa} - 25 \text{ MPa} \cdot \cos(120^\circ) - 50 \text{ MPa} \cdot \sin(120^\circ) = 144,2 \text{ MPa}$$

$$\tau_m = 25 \text{ MPa} \cdot \sin(120^\circ) - 50 \text{ MPa} \cdot \cos(120^\circ) = 46,65 \text{ MPa}$$

$\phi = 120^\circ$:

$$\sigma_n = 175 \text{ MPa} - 25 \text{ MPa} \cdot \cos(240^\circ) - 50 \text{ MPa} \cdot \sin(240^\circ) = 230,8 \text{ MPa}$$

$$\tau_m = 25 \text{ MPa} \cdot \sin(240^\circ) - 50 \text{ MPa} \cdot \cos(240^\circ) = 3,35 \text{ MPa}$$

Aufgabe 4

Für die Komponenten des Spannungstensors im gedrehten Koordinatensystem gilt:

$$\sigma_\xi = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos(2\phi) + \tau_{xy}\sin(2\phi)$$

$$\sigma_\eta = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos(2\phi) - \tau_{xy}\sin(2\phi)$$

$$\tau_{\xi\eta} = -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin(2\phi) + \tau_{xy}\cos(2\phi)$$

Die Invarianten des Spannungstensors berechnen sich zu

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y = 150 \text{ MPa} + 250 \text{ MPa} = 400 \text{ MPa}$$

und

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2 = 150 \cdot 250 \text{ MPa}^2 - 86,6^2 \text{ MPa}^2 = 30000 \text{ MPa}^2.$$

Mit

$$\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2}(150 + 250) \text{ MPa} = 200 \text{ MPa}$$

und

$$\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) = \frac{1}{2}(150 - 250) \text{ MPa} = -50 \text{ MPa}$$

folgt:

$\phi = 30^\circ$:

$$\sigma_{\xi} = 200 \text{ MPa} - 50 \text{ MPa} \cdot \cos(60^\circ) + 86,6 \text{ MPa} \cdot \sin(60^\circ) = \underline{250 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_{\eta} = 200 \text{ MPa} + 50 \text{ MPa} \cdot \cos(60^\circ) - 86,6 \text{ MPa} \cdot \sin(60^\circ) = \underline{150 \text{ MPa}}$$

$$\tau_{\xi\eta} = 50 \text{ MPa} \cdot \sin(60^\circ) + 86,6 \text{ MPa} \cdot \cos(60^\circ) = \underline{86,6 \text{ MPa}}$$

Invarianten:

$$I_1 = \sigma_{\xi} + \sigma_{\eta} = 250 \text{ MPa} + 150 \text{ MPa} = 400 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

$$I_2 = \sigma_{\xi} \sigma_{\eta} - \tau_{\xi\eta}^2 = 250 \cdot 150 \text{ MPa}^2 - 86,6^2 \text{ MPa}^2 = 30000 \text{ MPa}^2 \quad \checkmark$$

$\phi = 60^\circ$:

$$\sigma_{\xi} = 200 \text{ MPa} - 50 \text{ MPa} \cdot \cos(120^\circ) + 86,6 \text{ MPa} \cdot \sin(120^\circ) = \underline{300 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_{\eta} = 200 \text{ MPa} + 50 \text{ MPa} \cdot \cos(120^\circ) - 86,6 \text{ MPa} \cdot \sin(120^\circ) = \underline{100 \text{ MPa}}$$

$$\tau_{\xi\eta} = 50 \text{ MPa} \cdot \sin(120^\circ) + 86,6 \text{ MPa} \cdot \cos(120^\circ) = \underline{0 \text{ MPa}}$$

Invarianten:

$$I_1 = \sigma_{\xi} + \sigma_{\eta} = 300 \text{ MPa} + 100 \text{ MPa} = 400 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

$$I_2 = \sigma_{\xi} \sigma_{\eta} - \tau_{\xi\eta}^2 = 300 \cdot 100 \text{ MPa}^2 = 30000 \text{ MPa}^2 \quad \checkmark$$

Aufgabe 5

Es gilt:

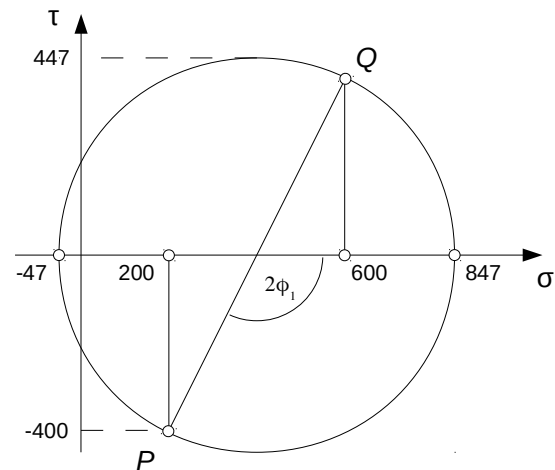
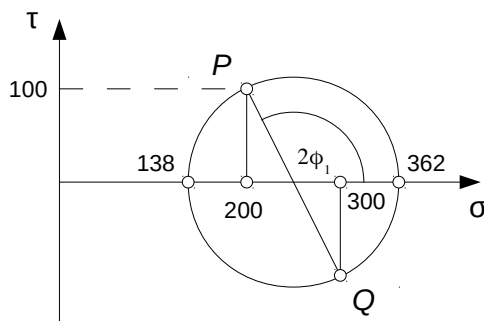
$$\begin{aligned} \sigma_{\xi} \sigma_{\eta} - \tau_{\xi\eta}^2 &= \frac{(\sigma_x + \sigma_y)^2}{4} - \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\phi) + \tau_{xy} \sin(2\phi) \right)^2 \\ &\quad - \left(\tau_{xy} \cos(2\phi) - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\phi) \right)^2 \\ &= \frac{(\sigma_x + \sigma_y)^2}{4} - \frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} - \tau_{xy}^2 = \sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2 \end{aligned}$$

Aufgabe 6

a) $\sigma_x = 200 \text{ MPa}, \sigma_y = 300 \text{ MPa},$
 $\tau_{xy} = 100 \text{ MPa}$

b) $\sigma_x = 200 \text{ MPa}, \sigma_y = 600 \text{ MPa},$
 $\tau_{xy} = -400 \text{ MPa}$

Mohrscher Spannungskreis:



Hauptspannungen:

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{200 \text{ MPa} + 300 \text{ MPa}}{2} = 250 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{200 \text{ MPa} - 300 \text{ MPa}}{2} = -50 \text{ MPa}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{50^2 + 100^2} \text{ MPa} = 111,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = 250 \text{ MPa} + 111,8 \text{ MPa} = \underline{361,8 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_2 = 250 \text{ MPa} - 111,8 \text{ MPa} = \underline{138,2 \text{ MPa}}$$

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{200 \text{ MPa} + 600 \text{ MPa}}{2} = 400 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{200 \text{ MPa} - 600 \text{ MPa}}{2} = -200 \text{ MPa}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{200^2 + 400^2} \text{ MPa} = 447,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = 400 \text{ MPa} + 447,2 \text{ MPa} = \underline{847,2 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_2 = 400 \text{ MPa} - 447,2 \text{ MPa} = \underline{-47,2 \text{ MPa}}$$

Haupttrichtungen:

$$\tan(2\phi_E) = \frac{2 \cdot 100 \text{ MPa}}{200 \text{ MPa} - 300 \text{ MPa}} = -2$$

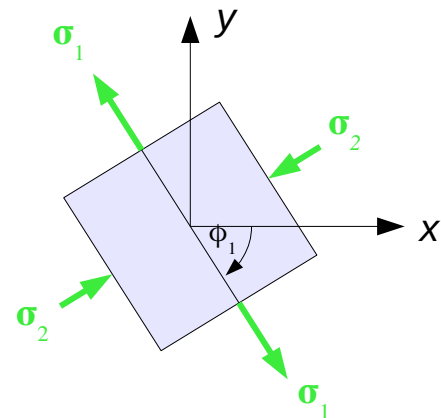
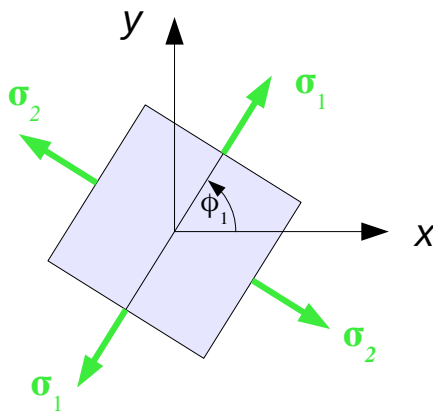
$$\rightarrow \phi_E = -31,72^\circ$$

$$\tau_{xy} > 0 \rightarrow \phi_1 = -31,72^\circ + 90^\circ = \underline{58,28^\circ}$$

$$\tan(2\phi_E) = \frac{2 \cdot (-400 \text{ MPa})}{200 \text{ MPa} - 600 \text{ MPa}} = 2$$

$$\rightarrow \phi_E = 31,72^\circ$$

$$\tau_{xy} < 0 \rightarrow \phi_1 = 31,72^\circ - 90^\circ = \underline{-58,28^\circ}$$

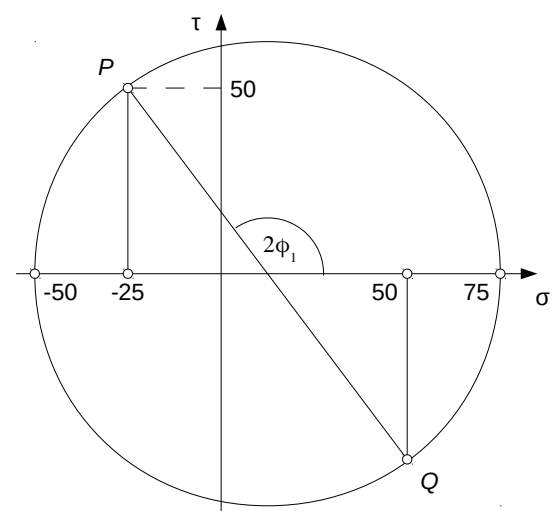
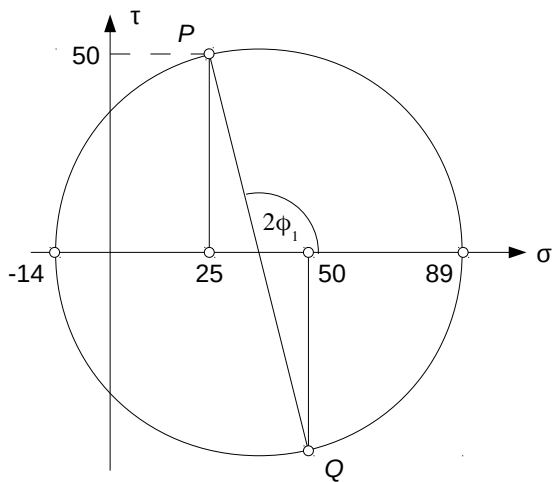


Aufgabe 7

Punkt A:

Punkt B:

Mohrscher Spannungskreis:



Hauptspannungen:

$$\frac{\sigma_x + \sigma_\phi}{2} = \frac{25 + 50}{2} \text{ MPa} = 37,5 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_x + \sigma_\phi}{2} = \frac{-25 + 50}{2} \text{ MPa} = 12,5 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_x - \sigma_\phi}{2} = \frac{25 - 50}{2} \text{ MPa} = -12,5 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_x - \sigma_\phi}{2} = \frac{-25 - 50}{2} \text{ MPa} = -37,5 \text{ MPa}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_\phi}{2}\right)^2 + \tau_{x\phi}^2} = \sqrt{12,5^2 + 50^2} \text{ MPa}$$

$$= 51,54 \text{ MPa}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_\phi}{2}\right)^2 + \tau_{x\phi}^2} = \sqrt{37,5^2 + 50^2} \text{ MPa}$$

$$= 62,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = 37,5 \text{ MPa} + 51,54 \text{ MPa} = \underline{89,04 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_1 = 12,5 \text{ MPa} + 62,5 \text{ MPa} = \underline{75 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_2 = 37,5 \text{ MPa} - 51,54 \text{ MPa}$$

$$= \underline{-14,04 \text{ MPa}}$$

$$\sigma_2 = 12,5 \text{ MPa} - 62,5 \text{ MPa} = \underline{-50 \text{ MPa}}$$

Haupttrichtungen:

$$\tan(2\phi_E) = \frac{2\tau_{x\phi}}{\sigma_x - \sigma_\phi} = \frac{2 \cdot 50}{25 - 50} = \frac{100}{-25} = -4$$

$$\rightarrow \phi_E = -37,98^\circ$$

$$\tan(2\phi_E) = \frac{2\tau_{x\phi}}{\sigma_x - \sigma_\phi} = \frac{2 \cdot 50}{-25 - 50} = \frac{4}{-3}$$

$$\rightarrow \phi_E = -26,57^\circ$$

$$\tau_{x\phi} > 0 \rightarrow \phi_1 = -37,98^\circ + 90^\circ = \underline{52,02^\circ}$$

$$\tau_{x\phi} > 0 \rightarrow \phi_1 = -26,57^\circ + 90^\circ = \underline{63,43^\circ}$$

Maximale Schubspannung:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{89,04 + 14,04}{2} \text{ MPa}$$

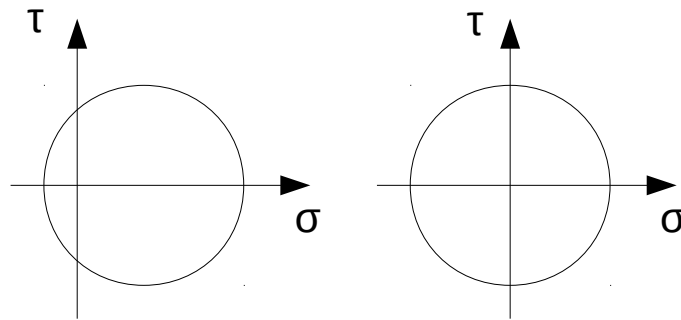
$$= \underline{51,54 \text{ MPa}}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{75 + 50}{2} \text{ MPa}$$

$$= \underline{62,5 \text{ MPa}}$$

Aufgabe 8

- Ja, für die Haupttrichtungen verschwindet die Schubspannung.
- Der Spannungskreis muss die τ -Achse schneiden, d. h. die Hauptspannungen müssen unterschiedliche Vorzeichen haben.
- Der Mittelpunkt des Spannungskreises muss im Koordinatenursprung liegen. Das ist der Fall, wenn die Hauptspannungen betragsmäßig gleich groß sind, aber entgegengesetztes Vorzeichen haben.



Aufgabe 9

Die Vergleichsspannungen für alle drei Hypothesen lassen sich aus den Hauptspannungen berechnen. Daher werden zunächst die Hauptspannungen ermittelt.

	Punkt A:	Punkt B:
$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$	$\frac{263+51}{2} = 157$	$\frac{390+15}{2} = 202,5$
$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$	$\frac{263-51}{2} = 106$	$\frac{390-15}{2} = 187,5$
$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$	$\sqrt{106^2 + 100^2} = 145,7$	$\sqrt{187,5^2 + 14^2} = 188,0$
σ_1	$157 + 145,7 = 302,7$	$202,5 + 188 = 390,5$
σ_2	$157 - 145,7 = 11,3$	$202,5 - 188 = 14,5$
	MPa	MPa

a) Gehärteter Stahl

Es handelt sich um einen spröden Werkstoff. Anzuwenden ist die Normalspannungshypothese: $\sigma_{V,NH} = \sigma_1$

	Punkt A:	Punkt B:	
$\sigma_{V,NH} = \sigma_1 :$	302,7	390,5	MPa
$S_B = \frac{R_m}{\sigma_{V,NH}} :$	$\frac{650}{302,7} = 2,14$	$\frac{650}{390,5} = 1,66$	

b) Vergütungsstahl

Es handelt sich um einen duktilen Werkstoff. Es kann die Schubspannungshypothese oder die Gestaltänderungshypothese angewendet werden.

Schubspannungshypothese: $\sigma_{V,SH} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_1|, |\sigma_2|)$

	Punkt A:	Punkt B:	
$ \sigma_1 - \sigma_2 :$	$ 302,7 - 11,3 = 291,4$	$ 390,5 - 14,5 = 376$	MPa
$\sigma_{V,SH} :$	$\max(291,4; 302,7; 11,3) = 302,7$	$\max(376; 390,5; 14,5) = 390,5$	MPa
$S_F = \frac{R_e}{\sigma_{V,NH}} :$	$\frac{490}{302,7} = 1,61$	$\frac{490}{390,5} = 1,25$	

Gestaltänderungshypothese: $\sigma_{V,GH} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}$

	Punkt A:	Punkt B:	
$\sigma_{V,SH} :$	$\sqrt{302,7^2 - 302,7 \cdot 11,3 + 11,3^2} = 297,2$	$\sqrt{390,5^2 - 390,5 \cdot 14,5 + 14,5^2} = 383,5$	MPa
$S_F = \frac{R_e}{\sigma_{V,NH}} :$	$\frac{490}{297,2} = 1,64$	$\frac{490}{383,5} = 1,27$	

Aufgabe 10

Hauptspannungen:

	Punkt A:	Punkt B:	
$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$	$\frac{208 - 26}{2} = 91$	$\frac{101 - 15}{2} = 43$	MPa
$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$	$\frac{208 + 26}{2} = 117$	$\frac{101 + 15}{2} = 58$	MPa
$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$	$\sqrt{117^2 + 3^2} = 117,0$	$\sqrt{58^2 + 15^2} = 59,9$	MPa
σ_1	$91 + 117 = 208$	$43 + 59,9 = 102,9$	MPa
σ_2	$91 - 117 = -26$	$43 - 59,9 = -16,9$	MPa

Schubspannungshypothese: $\sigma_{V,SH} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_1|, |\sigma_2|)$

	Punkt A:	Punkt B:	
$ \sigma_1 - \sigma_2 :$	$ 208 + 26 = 234$	$ 102,9 + 16,9 = 119,8$	MPa
$\sigma_{V,SH} :$	$\max(234; 208; 26) = 234$	$\max(119,8; 102,9; 16,9) = 119,8$	MPa
$S_F = \frac{R_e}{\sigma_{V,SH}} :$	$\frac{490}{234} = 2,09$	$\frac{490}{119,8} = 4,09$	

Gestaltänderungshypothese: $\sigma_{V,GH} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}$

	Punkt A:	Punkt B:	
$\sigma_{V,SH} :$	$\sqrt{208^2 + 208 \cdot 26 + 26^2} = 222,1$	$\sqrt{102,9^2 + 102,9 \cdot 16,9 + 16,9^2} = 112,3$	MPa
$S_F = \frac{R_e}{\sigma_{V,GH}} :$	$\frac{490}{222,1} = 2,20$	$\frac{490}{112,3} = 4,36$	

Aufgabe 11

a) Rechnung

$$\sigma_M = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = 150 \text{ MPa}$$

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = 100 \text{ MPa}$$

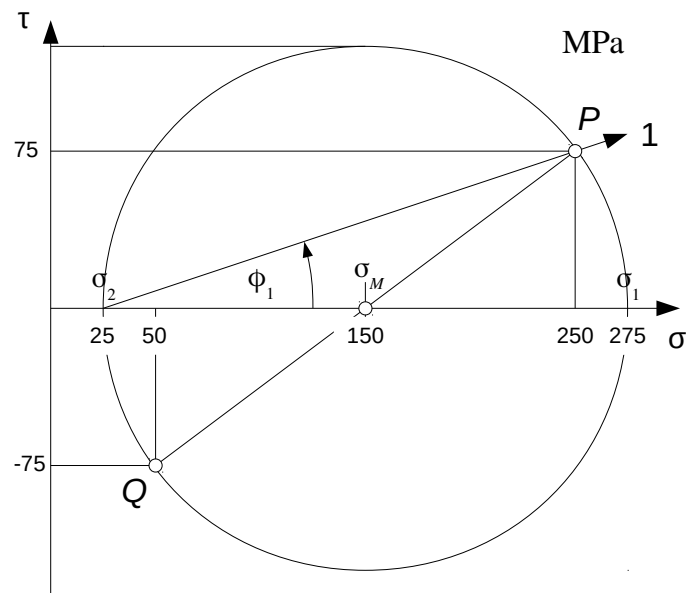
$$\tau_{max} = \sqrt{100^2 + 75^2} \text{ MPa} = 125 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 = 150 \text{ MPa} + 125 \text{ MPa} = 275 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 150 \text{ MPa} - 125 \text{ MPa} = 25 \text{ MPa}$$

$$\tan(2\phi_E) = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} : 2\phi_E = 36,87^\circ$$

$$\tau_{xy} > 0 \rightarrow \phi_1 = 18,43^\circ$$

b) Mohrscher Spannungskreis**Aufgabe 12**a) Spannung in Schnittfläche unter Winkel ϕ

Es gilt: $\sigma_\phi = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\phi) + \tau_{xy} \sin(2\phi)$

Mit

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = 100 \text{ MPa} \quad \text{und} \quad \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = 300 \text{ MPa}$$

folgt:

$$\sigma_\phi = (100 + 300 \cos(60^\circ) + 100 \sin(60^\circ)) \text{ MPa} = 336,6 \text{ MPa}$$

b) Größte Normalspannung

Die größte Normalspannung ist gleich der 1. Hauptspannung. Daher gilt:

$$\tan(2\phi_E) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad \phi_E = 9,217^\circ$$

$$\tau_{xy} > 0 \quad \rightarrow \quad \phi_{\max} = \phi_1 = 9,217^\circ$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Mit

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2} + \tau_{xy}^2 = \sqrt{300^2 + 100^2} \text{ MPa} = 316,2 \text{ MPa}$$

folgt:

$$\sigma_{\max} = 100 \text{ MPa} + 316,2 \text{ MPa} = 416,2 \text{ MPa}$$

c) Größte Schubspannung

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2} + \tau_{xy}^2 = 316,2 \text{ MPa}$$

d) Sicherheiten

Für die Sicherheit gegen Bruch wird die Normalspannungshypothese verwendet:

$$S_B = \frac{R_m}{\sigma_1} = \frac{510}{416,2} = 1,22$$

Für die Sicherheit gegen Fließen kann die Gestaltänderungshypothese oder die Schubspannungshypothese verwendet werden.

Bei Verwendung der Gestaltänderungshypothese gilt:

$$S_F = \frac{R_e}{\sigma_{V,GH}}$$

Mit

$$\begin{aligned} \sigma_{V,GH} &= \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3 \tau_{xy}^2} \\ &= \sqrt{400^2 + 400 \cdot 200 + 200^2 + 3 \cdot 100^2} \text{ MPa} = 556,8 \text{ MPa} \end{aligned}$$

folgt:

$$S_F = \frac{355}{556,8} = 0,63$$

Bei Verwendung der Schubspannungshypothese gilt:

$$\sigma_{V,SH} = \sigma_1 - \sigma_2 = 2 \tau_{\max} = 632,5 \text{ MPa}$$

$$S_F = \frac{355}{632,5} = 0,56$$

Es tritt Versagen durch Fließen auf.